

**GRAFICAS PARA  
DISEÑAR COLUMNAS  
DE CONCRETO  
REFORZADO**

**Versión actualizada del  
Apéndice del Informe 176**

**ROBERTO MELI★  
MARIO RODRIGUEZ★★**

**★ Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM  
★★ Becario, Instituto de Ingeniería, UNAM**

## RESUMEN

1.	INTRODUCCION	1
2.	DISEÑO POR FLEXOCOMPRESION	5
3.	GRAFICAS PARA DISEÑO POR FLEXOCOMPRESION UNIAXIAL	9
4.	DISEÑO POR FLEXOCOMPRESION BIAxIAL	11
5.	EFFECTOS DE ESBELTEZ	15
6.	EJEMPLOS	19
6.1	<i>Diseño de una columna corta de sección rectangular con flexocompresión en una dirección</i>	20
6.2	<i>Diseño de una columna corta de sección circular</i>	25
6.3	<i>Revisión de una columna corta de sección rectangular con refuerzo longitudinal distribuido uniformemente. Flexocompresión en una dirección</i>	32
6.4	<i>Revisión de una columna corta de sección rectangular con flexocompresión en dos direcciones</i>	36
6.5	<i>Diseño de una columna circular considerando efectos de esbeltez</i>	42
6.6	<i>Diseño de una columna de sección rectangular con flexocompresión en dos direcciones. Se consideran efectos de esbeltez</i>	47
7.	REFERENCIAS	59
	LISTA DE GRAFICAS	61
	GRAFICAS DE INTERACCION	65

## ABSTRACT

Interaction curves for design of reinforced concrete columns subjected to axial loads and bending moments are presented. This paper replaces a previous one (1969) which is now obsolete due to the new regulations of the Mexico City Building Code (1976).

Six examples which illustrate in detail the analysis and design of reinforced concrete columns in accordance with the present Mexico City Building Code are presented.

Interaction curves were calculated from general principles for the strength of reinforced concrete under bending and axial loads; the rectangular block of stresses assumed by the Mexico City Code was used for concrete in compression. Interaction curves for circular and rectangular sections under axial load and bending moment in one main direction are presented. Two types of reinforcement steels are considered; one with a yield stress not greater than  $4\ 200\ \text{kg/cm}^2$  (60 000 psi) and the other with a yield stress superior to  $4\ 200\ \text{kg/cm}^2$  but not greater than  $6\ 000\ \text{kg/cm}^2$  (85 000 psi). For rectangular sections, reinforcement located in the corners and uniformly distributed in the four sides are considered.

Finally, rectangular sections subjected to axial load and bending moment in any direction and reinforcement with the same yield stresses and distributions as in the former case are considered.

The interaction curves are presented in a non-dimensional form. Diagrams were obtained and drawn through computer programs.

## RESUMEN

Se presentan diagramas de interacción para el diseño de columnas de concreto reforzado sujetas a cargas axiales y momentos flexionantes. Este trabajo es una versión actualizada del que se publicó en 1969, el cual ya no será aplicable debido a que el actual Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (1976) estipula criterios distintos a los del Reglamento anterior (1966), lo cual lleva a casos que salen del intervalo cubierto por las gráficas anteriores, las que además eran aplicables solo para aceros con esfuerzos de fluencia  $f_y \leq 4\ 200\text{ kg/cm}^2$ .

Se incluyen ejemplos que ilustran en detalle el proceso a seguir en el análisis y diseño de columnas de concreto reforzado de acuerdo con el Reglamento vigente.

Se presentan diagramas de interacción para secciones circulares y rectangulares con carga axial y flexión en una dirección principal. Se consideran dos casos para el acero de refuerzo, uno para esfuerzos de fluencia menores o iguales a  $4\ 200\text{ kg/cm}^2$  y otro para esfuerzos de fluencia mayores de  $4\ 200\text{ kg/cm}^2$  y menores o iguales a  $6\ 000\text{ kg/cm}^2$ . Para las secciones rectangulares se presentan los casos de refuerzo concentrado en las esquinas y uniformemente distribuido en las cuatro caras.

Finalmente, se estudian secciones rectangulares sujetas a carga axial y a un momento de dirección cualquiera considerando las mismas distribuciones de acero que en el caso anterior y para los dos tipos de esfuerzos de fluencia mencionados.

Los diagramas, que se presentan en forma adimensional, se calcularon y dibujaron mediante programas de computadora.

## 1. INTRODUCCION

En la primera versión del presente trabajo (ref 1) se presentaron gráficas para el diseño de columnas, basadas en el procedimiento de diseño plástico especificado por el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal de 1966. Diez años después entró en vigor una nueva versión del Reglamento (RDF-76) cuyos requisitos para concreto están contenidos en sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto; estas, junto con sus comentarios y ayudas de diseño, pueden consultarse en la ref 2. Esta nueva versión, aunque mantiene las mismas hipótesis para el diseño en flexocompresión, estipula un planteamiento distinto del proceso de diseño, así como valores diferentes para los factores de carga y reducción, y para las resistencias nominales de los materiales; dichas modificaciones no afectan la validez de las gráficas incluidas en la ref 1, solo requieren de otras formas para determinar los valores adimensionales que definen las variables de diseño. Sin embargo, la nueva definición de los esfuerzos resistentes hace que con mucha frecuencia se tengan casos fuera del intervalo cubierto por las gráficas y que requieran de extrapolación, lo que se vuelve particularmente crítico en aceros de alta resistencia.

Otro factor que propició un cambio en las gráficas, es que las de la primera versión se elaboraron considerando un valor constante para la relación entre la deformación de aplastamiento de concreto y la de fluencia del refuerzo ( $\mu = \epsilon_{cu} / \epsilon_y$ ).

En los estudios que dieron lugar a las gráficas, se comprobó que dentro del intervalo de valores  $1.5 \leq \mu \leq 3$ , las diferencias en aquellas eran pequeñas y se adoptó un valor  $\mu = 2$ , que corresponde exactamente a un acero con esfuerzo de fluencia de  $3\ 000\text{ kg/cm}^2$  ( $\epsilon_y = 0.0015$ ) y a  $\epsilon_{cu} = 0.003$ . Las gráficas así construidas se consideraron aplicables con pequeños errores para aceros con esfuerzos de fluencia comprendidos entre  $2\ 000$  y  $4\ 200\text{ kg/cm}^2$ . En México se utilizan prácticamente solo dos tipos de acero de refuerzo, el de grado 42 con esfuerzo de fluencia nominal de  $4\ 200\text{ kg/cm}^2$  y el torcido en frío con esfuerzo de fluencia de  $6\ 000\text{ kg/cm}^2$ . Para este último, el empleo de las gráficas de la edición anterior da lugar a resultados del lado de la inseguridad.

Por las razones anteriores, se decidió elaborar nuevamente las gráficas de interacción dividiéndolas en un grupo calculado para  $\mu = 1.5$  y aplicable exactamente a aceros con esfuerzo de fluencia de  $4\ 000\text{ kg/cm}^2$ , pero que puede emplearse con errores despreciables en aceros de resistencia menor, y otro grupo elaborado para  $\mu = 1$ , correspondiente a aceros con  $f_y = 6\ 000\text{ kg/cm}^2$ .

Por otra parte, los ejemplos incluidos en la edición anterior resultaron obsoletos de acuerdo con el nuevo reglamento, por lo que se modificaron y ampliaron. En particular, los criterios para considerar efectos de esbeltez cambiaron radicalmente en el nuevo reglamento y requerían nuevos ejemplos.

Conviene señalar que, dado su carácter adimensional, las gráficas aquí presentadas pueden emplearse para diseños de acuerdo con reglamentos diferentes al del Distrito Federal, si se calculan los parámetros adimensionales con base en los criterios de diseño especificados por el reglamento elegido. Lo único que limita la aplicabilidad de las gráficas, son las hipótesis generales para el diseño por flexocompresión. Por ejemplo, el reglamento del

Instituto Americano del Concreto (ACI-77) tiene hipótesis semejantes a las del RDF-76, excepto en la definición del bloque de esfuerzos de compresión en el concreto. El bloque adoptado por el ACI indica una profundidad variable según la resistencia en compresión del concreto y no permite, por tanto, la construcción de gráficas adimensionales válidas para concretos de cualquier resistencia. Sin embargo, las resultantes del bloque son muy similares a las que se obtienen con la hipótesis del RDF-76, por lo que los diagramas de interacción aquí presentados dan resultados que concuerdan, salvo errores muy pequeños, con los que se obtienen mediante las hipótesis del ACI.

El reglamento del Comité Europeo del Concreto (CEB-78) estipula hipótesis diferentes tanto de distribución de esfuerzos en el concreto y en el refuerzo, como de las condiciones de falla; la aplicación de las gráficas aquí representadas, si se escogen adecuadamente los valores adimensionales, dará lugar a resultados ligeramente distintos de los que corresponden a la aplicación estricta de dicho reglamento.

En los siguientes capítulos se resumen las bases teóricas de los diagramas de interacción para flexocompresión uniaxial y biaxial, las cuales se describen en detalle en la ref 3; además, se aplican los procedimientos del RDF-76 para tomar en cuenta los efectos de esbeltez en columnas y se presentan ejemplos detallados de diseño de columnas en diversas situaciones.

También se incluyen los diagramas de interacción para carga axial y flexión en una dirección, para secciones rectangulares con refuerzo concentrado en los extremos o uniformemente distribuido, diagramas para flexocompresión en secciones rectangulares y, finalmente, diagramas de interacción para carga axial y flexión en dos direcciones para secciones rectangulares con refuerzo concentrado en los extremos o distribuido uniformemente.

En total se incluyen 56 gráficas, 28 corresponden a acero con  $f_y \leq 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$ , y las restantes a  $f_y > 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$ .





## 2. DISEÑO POR FLEXOCOMPRESION

En el diseño de elementos sujetos a flexocompresión (columnas) se sigue el procedimiento general adoptado por el RDF-76, llamado de estados límite, equivalente al diseño plástico o por resistencia última estipulado por otros reglamentos.

Las fuerzas internas (elementos mecánicos) obtenidas del análisis bajo cargas de servicio deben multiplicarse por los factores de carga especificados a fin de lograr sus valores de diseño o últimos. Estas fuerzas deben compararse con la resistencia de las secciones obtenida a partir de valores nominales de los esfuerzos y afectada por factores de reducción que toman en cuenta la incertidumbre en su determinación.

Los diagramas de interacción que se presentan permiten calcular la resistencia de secciones sujetas a una carga axial (que puede ser de tensión) y a un momento flexionante. Las primeras 16 gráficas se refieren al caso en que el momento flexionante está aplicado alrededor de un eje de simetría de una sección rectangular o, lo que es equivalente, que la carga tenga excentricidad únicamente con respecto a uno de los ejes de simetría. Se presentan dos grupos de ocho diagramas, el primero corresponde a aceros con  $f_y \leq 4200 \text{ kg/cm}^2$  y el segundo a aceros con  $f_y > 4200 \text{ kg/cm}^2$ .

Se distinguen dos casos de distribución del acero de refuerzo: acero colocado únicamente en las caras perpendiculares al plano de momentos (fig 1a) y acero distribuido en cantidades iguales en las cuatro caras (fig 1b). Las gráficas del segundo caso pueden aplicarse con errores despreciables a distribuciones de refuerzo como las de las figs 1c y d.

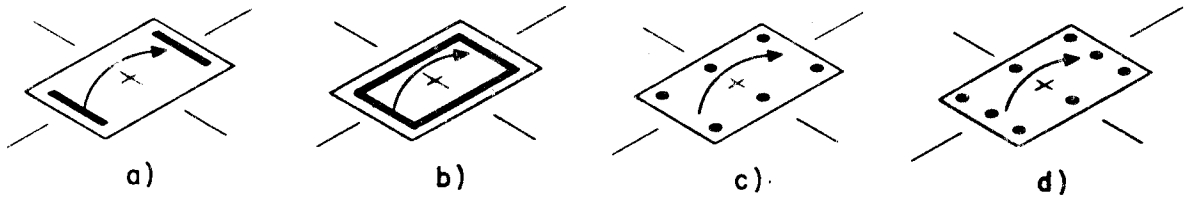


Fig 1

En situaciones claramente diferentes de las anteriores, es recomendable elegir una de dos opciones: considerar que el refuerzo está distribuido uniformemente (fig 1b), o despreciar el refuerzo colocado en las caras laterales y diseñar para acero concentrado en los extremos (fig 1a).

Otro grupo de diagramas corresponde a secciones circulares con refuerzo distribuido uniformemente en una circunferencia interior.

En las gráficas se explica cómo obtener los parámetros adimensionales  $K$ ,  $R$ ,  $q$  y  $e/h$  que se requieren para emplear los diagramas. Debe notarse que el factor de reducción  $F_R$  que interviene en los parámetros adimensionales varía, de acuerdo con las normas del RDF-76, según el tipo de columna (con núcleo confinado o sin él) y el tipo de falla esperado (compresión o tensión). Así, se tiene:

$F_R = 0.85$  para falla de tensión, o sea cuando el acero de refuerzo fluye en tensión antes del aplastamiento del concreto; esto ocurre en la porción del diagrama debajo del punto de falla balanceada (fig 2).

$F_R = 0.85$  para falla de compresión en columnas cuyo núcleo interior está confinado con refuerzo espiral o con estribos equivalentes de acuerdo con el requisito g de la sección 4.7 de las Normas (ref 2).

$F_R = 0.75$  para falla de compresión en columnas con núcleo no confinado.

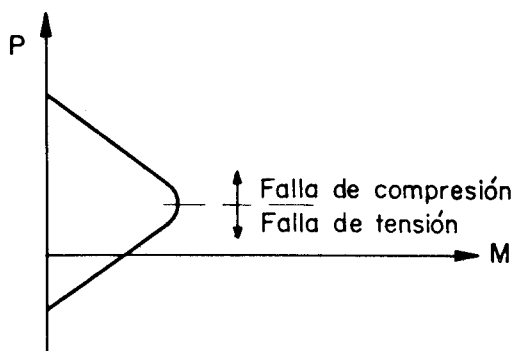


Fig 2

El empleo de las gráficas en sus distintas modalidades se ilustra en los ejemplos (cap 6).



### 3. GRAFICAS PARA DISEÑO POR FLEXOCOMPRESION UNIAXIAL

Se presentan 24 gráficas para flexocompresión uniaxial, de las cuales 16 corresponden a secciones rectangulares y ocho a secciones circulares; incluyen tanto aceros con  $f_y \leq 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$  como con  $f_y > 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$ .

Para secciones rectangulares se consideran dos distribuciones de refuerzo (las mencionadas en el capítulo anterior) y cuatro valores de la relación entre peralte efectivo y total. Para las circulares se considera que el refuerzo está distribuido uniformemente formando una circunferencia y se toman en cuenta cuatro distintas relaciones entre el diámetro formado por el refuerzo y el de la sección.

Las gráficas para  $f_y \leq 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$  se calcularon considerando  $f_y = 4\ 000\ \text{kg/cm}^2$ ; sin embargo, se pueden aplicar para aceros con esfuerzos de fluencia menores puesto que el error cometido está del lado de la seguridad y es menor que el introducido por las hipótesis generales de flexocompresión; por ejemplo, si se aplican dichas gráficas a una columna con acero de refuerzo  $f_y = 3\ 000\ \text{kg/cm}^2$ , se obtendrán resultados del lado conservador; las diferencias máximas son del orden de 10 por ciento y se alcanzan cerca de la falla balanceada.

Si se trata de un problema de diseño de columnas, existen varias alternativas para el uso de los diagramas; una es obtener los parámetros adimensionales para  $P_u$  y  $M_u$ , y a continuación calcular  $q$ ; la figura que se use se escoge suponiendo una distribución del refuerzo, un determinado valor de la relación  $d/h$  y el esfuerzo de fluencia del acero.

#### 4. DISEÑO POR FLEXOCOMPRESION BIAxIAL

Se presentan 32 gráficas para flexocompresión biaxial, que corresponden a  $f_y \leq 4\ 200\text{ kg/cm}^2$  y  $f_y > 4\ 200\text{ kg/cm}^2$ . Para cada grupo se tienen ocho gráficas para secciones con refuerzo concentrado en las esquinas y ocho para acero distribuido uniformemente.

En el caso de flexocompresión biaxial, el diagrama de interacción resulta ser una superficie de falla en tres dimensiones, la cual se puede reducir a un problema de dos dimensiones haciendo cortes verticales a la superficie original. Cada corte corresponde a una relación fija entre los momentos adimensionales en las dos direcciones ( $R_x/R_y$ ). Se presentan las gráficas para valores  $R_x/R_y$  de 0.5 y 1.0; además, si se toma en cuenta que el caso de flexocompresión en una dirección corresponde a  $R_x/R_y = 0$ , se tienen tres cortes verticales a la superficie de falla, con lo que se pueden cubrir, con una aproximación aceptable, todos los casos posibles mediante interpolación lineal.

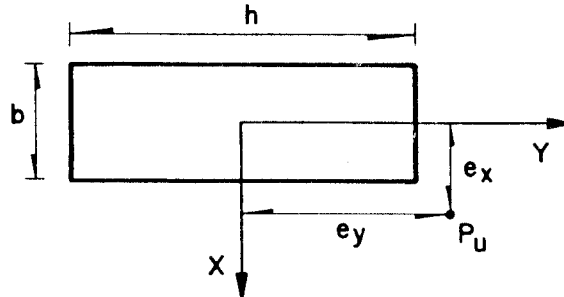


Fig 3

Considérese la nomenclatura de la fig 3, y además

$$M_{ux} = P_u e_x \quad ; \quad R_x = \frac{M_{ux}}{F_R b h^2 f'_c}$$

$$M_{uy} = P_u e_y \quad ; \quad R_y = \frac{M_{uy}}{F_R b h^2 f'_c}$$

Como se debe cumplir  $R_x/R_y \leq 1.0$ , entonces  $R_x$  está asociado al menor de ambos momentos adimensionales, siendo el plano de este momento perpendicular al eje Y. El diagrama de interacción para flexocompresión biaxial se selecciona con la relación  $d/b$ , donde  $b$  es la dimensión de la columna en la dirección de  $e_x$ , y  $d$  el peralte efectivo en la dirección de  $b$ ; usualmente, en la práctica,  $b$  es el lado menor de la sección, sin embargo, puede ocurrir que  $b$  no coincida con el lado menor, y la sección tendrá que girarse.

A diferencia del problema de flexocompresión uniaxial, en el caso de flexocompresión biaxial la resistencia depende de la relación  $b/h$ , puesto que las expresiones analíticas quedan en función de ella. Los valores de carga y momentos, que se obtienen para flexocompresión biaxial en secciones rectangulares ( $b/h < 1$ ), están del lado de la seguridad respecto a los que corresponden a secciones cuadradas ( $b/h = 1$ ). Las diferencias máximas en esos valores son del orden de 20 por ciento para  $q = 1.0$ , y corresponden a secciones con  $b/h = 1/4$ , con refuerzo  $f_y = 4\ 000\ \text{kg/cm}^2$  distribuido unifor



mamente y para recubrimientos altos ( $d/b = 0.8$ ) que es el caso en que esta relación influye más; las diferencias mencionadas se reducen a la mitad para recubrimientos menores ( $d/b = 0.85$ ).

La situación es semejante para refuerzo con  $f_y = 6\ 000\ \text{kg/cm}^2$ . De lo anterior se concluye que, si se usan los diagramas correspondientes a secciones cuadradas para calcular secciones rectangulares con  $1/4 < b/h < 4$ , se obtienen resultados del lado de la seguridad con errores aceptables, excepto cuando los recubrimientos son grandes y las cuantías de refuerzo elevadas, en cuyo caso puede resultar más preciso emplear el procedimiento alternativo de diseño que se expone más adelante. El empleo de las gráficas para flexocompresión biaxial puede requerir varias interpolaciones que hacen muy laborioso el diseño, además del cuidado que debe tenerse para no cometer errores. Los ejemplos presentados más adelante tratan de ilustrar con detalle el proceso a seguir.

En forma alternativa, los casos de flexocompresión biaxial pueden resolverse con las gráficas para flexocompresión uniaxial y con algún método aproximado para tomar en cuenta el efecto en dos direcciones.

Un primer método es el que proviene de la fórmula de Bresler, en la forma que se estipula en la ec 2.14 de las Normas, dada por

$$P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{R0}}$$

donde

$P_R$  carga normal resistente de diseño, aplicada con las excentricidades  $e_x$  y  $e_y$

$P_{R0}$  carga axial resistente de diseño, suponiendo  $e_x = e_y = 0$

$P_{Rx}$  carga normal resistente de diseño, aplicada con una excentricidad en un plano de simetría

$P_{Ry}$  carga normal resistente de diseño aplicada con una excentricidad  $e_y$  en el otro plano de simetría

Los valores de  $e_x$  y  $e_y$  deben incluir los efectos de esbeltez y la excentricidad accidental prescrita en el requisito 2.1.3a). Esta expresión reduce el problema de flexocompresión en dos direcciones, al de una dirección. El método es muy útil para la revisión de secciones, sin embargo su empleo es laborioso cuando se trata de un problema de diseño. Los errores introducidos por este método pueden ser menores, en algunos casos, que los obtenidos con las gráficas de interacción para flexocompresión biaxial, especialmente cuando es significativa la influencia de la relación  $b/h$  que se comentó anteriormente. Para excentricidades grandes, el método deja de ser aplicable y el RDF-76 da como alternativa la ec 2.15 de las Normas dada por

$$\frac{M_{ux}}{M_{Rx}} + \frac{M_{uy}}{M_{Ry}} \leq 1.0$$

donde  $M_{ux}$  y  $M_{uy}$  son los momentos de diseño según los ejes X e Y;  $M_{Rx}$  y  $M_{Ry}$  los momentos resistentes de diseño según los mismos ejes. La expresión es aplicable cuando  $P_R/P_{RO}$  es menor de 0.1. Esta fórmula, en algunos casos, puede ser demasiado conservadora pues proviene de una diagrama de interacción lineal de los momentos actuantes  $M_{ux}$ ,  $M_{uy}$ . El ejemplo 6.4 ilustra el empleo de estos métodos aproximados. Para superar el problema que representa la falta de precisión que se tiene al emplear para el diseño de columnas rectangulares los diagramas de interacción para flexocompresión biaxial correspondientes a secciones cuadradas, es recomendable revisar el refuerzo así obtenido con la fórmula de Bresler, aprovechando así los diagramas de interacción para una estimación preliminar del refuerzo y la fórmula de Bresler para la revisión del mismo.

## 5. EFECTOS DE ESBELTEZ

El análisis de las estructuras generalmente se hace considerando un comportamiento lineal basado en estimaciones de las rigideces de los miembros e ignorando el efecto en ellas de los desplazamientos laterales. Cuando se emplea este criterio, los elementos mecánicos obtenidos deben modificarse tomando en cuenta los efectos de segundo orden cuando son significativos.

Para ilustrar los efectos de segundo orden, supóngase la columna cargada de la fig 4a; la existencia del momento actuante,  $P_e$ , da lugar a una configuración deformada con un desplazamiento lateral,  $\Delta$ , en el centro del claro y, por tanto, a un momento flexionante total,  $P(e + \Delta)$ , en la mencionada sección. Este efecto, característico de las columnas esbeltas, produce la falla de la sección para los elementos mecánicos actuantes  $P_u$ ,  $P_u(e + \Delta)$  (fig 4b).

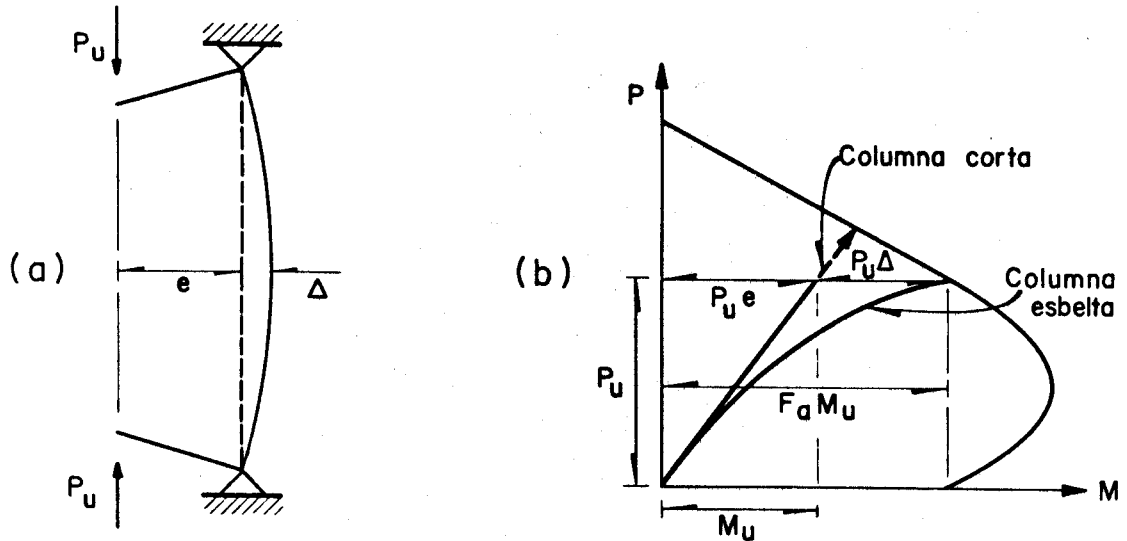


Fig 4

Este comportamiento de columnas esbeltas indica que deben diseñarse no para la carga actuante  $P_u$  y el momento actuante  $M_u$ , sino para la carga  $P_u$  y un momento amplificado  $F_a M_u$ . Este criterio se sigue en el reglamento ACI 318-71 y también en el RDF-76, con la variante de que este especifica una excentricidad accidental adicional a la calculada, en lugar de la excentricidad mínima exigida por el reglamento ACI.

En el cálculo del efecto de esbeltez en columnas, se requiere conocer la rigidez a la flexión,  $EI$ . Este valor se calcula considerando la no linealidad de la curva esfuerzo-deformación del concreto, y el efecto del flujo plástico y del agrietamiento. Por estas razones, en forma semejante al ACI 318-71, el RDF-76 recomienda la ec 1.5

$$EI = 0.4 \frac{E_c I_g}{1 + \mu}$$

donde

$$E_c = 10\,000 \sqrt{f'_c}, \text{ en kg/cm}^2$$

$I_g$  momento de inercia centroidal de la sección bruta de concreto

$\mu$  relación entre el máximo momento de diseño por carga muerta al máximo momento de diseño total

El factor 0.4 toma en cuenta de manera aproximada la mencionada no linealidad del concreto y el agrietamiento, y  $(1 + \mu)$  la reducción de  $EI$  debida al flujo plástico causado por la carga permanente. La ecuación anterior lleva

a resultados conservadores cuando la columna tiene porcentajes altos de acero de refuerzo (mayores de 3 por ciento), por lo que los comentarios al RDF-76 (ref 2) sugieren la ecuación alternativa

$$EI = \frac{0.2 E_c I_g + E_s I_s}{1 + \mu}$$

donde  $I_s$  es el momento de inercia del refuerzo con respecto al eje centroidal de la sección, y  $E_s$  el módulo de elasticidad del acero.

Tanto, el método del RDF-76, como el del ACI 318-71, consideran dos tipos de efectos de esbeltez: local y global. El primero es el que se tiene en miembros a compresión con extremos restringidos al desplazamiento lateral, y el segundo es el que puede existir en el elemento debido al desplazamiento lateral del entrepiso completo. Para miembros con extremos no restringidos lateralmente, la revisión debe hacerse con ambos tipos de esbeltez y tomar la más desfavorable. Para decidir si es necesario considerar los efectos de esbeltez en columnas con o sin restricción lateral en los extremos, se debe cumplir con el requisito 1.3.2b) de las Normas.

El reglamento RDF-76 proporciona un segundo método aproximado para tomar en cuenta los efectos de esbeltez; está dado por el requisito 1.3.2e) de las Normas y requiere el conocimiento de la rigidez de entrepiso y del factor de ductilidad. Con el valor de estos parámetros, cargas de diseño y altura de entrepiso, se emplea la ec 1.7 de las Normas, que es de fácil aplicación y permite conocer en forma directa el factor de amplificación  $F_a$ .

Además de esos dos métodos aproximados, de acuerdo con el inciso f) de 1.3.2, se permite hacer un análisis de segundo orden.

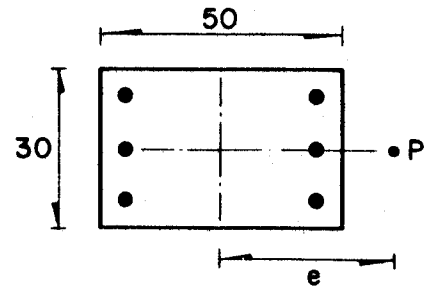


## 6. EJEMPLOS

En este capítulo se ilustra el empleo de los diagramas de interacción y los criterios y procedimientos para diseño de columnas según el RDF-76. Se adoptó aquí el mismo formato de las Normas Técnicas Complementarias del RDF-76 (ref 2).

DATOS

- 1\* El refuerzo longitudinal se ubicará en las caras extremas
- 2 El refuerzo transversal estará constituido por estrijos que cumplan con el requisito 4.2.2 de las Normas del RDF-76



$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

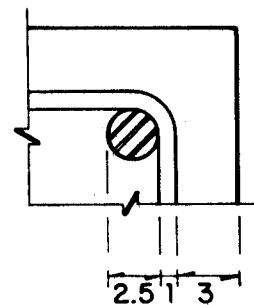
$$f_y = 4\ 200 \text{ kg/cm}^2$$

- 3 Condición crítica de carga de servicio  $P = 120 \text{ ton}$ ,  $M = 28 \text{ ton-m}$  (debida a carga vertical más sismo, incluyendo la excentricidad accidental, según 2.1.3a de la ref 2)

PARAMETROS PARA EL CALCULO DE LA RESISTENCIA

- 4  $f^*_c = 0.8 \times f'_c = 0.8 \times 200 = 160 \text{ kg/cm}^2$
- 5  $f''_c = 0.85 \times f^*_c = 0.85 \times 160 = 136 \text{ kg/cm}^2$

Se emplearán barras # 8 longitudinales con E # 3 y un recubrimiento libre a partir de la cara exterior de los estrijos de 3 cm. El recubrimiento medido desde el centroide del refuerzo longitudinal resulta



$$r \doteq 3 + 1 + 1 = 5 \text{ cm}$$

$$d = h - r = 50 - 5 = 45 \text{ cm}$$

$$d/h = 45/50 = 0.9$$

\* Los números de esta columna se refieren a los comentarios enlistados al final de cada ejemplo



6 Se emplea el diagrama de interacción de la fig 2

#### PARAMETROS ADIMENSIONALES DE LAS CARGAS DE DISEÑO

$$7 \quad P_u = 1.1 \times P = 1.1 \times 120 = 132 \text{ ton} \quad e = \frac{30.8}{132} = 0.23 \text{ m}$$

$$M_u = 1.1 \times M = 1.1 \times 28 = 30.8 \text{ ton-m} \quad e/h = \frac{0.23}{0.50} = 0.46 \text{ m}$$

$$8 \quad K = \frac{P_u}{F_R b h f'_c} = \frac{132 \ 000}{0.75 \times 30 \times 50 \times 136} = 0.86$$

$$R = \frac{M_u}{F_R b h^2 f'_c} = \frac{30.8 \times 10^5}{0.75 \times 30 \times 50 \times 136} = 0.40$$

#### USO DE LOS DIAGRAMAS

9 Se emplea el diagrama de la fig 2, con  $K = 0.85$   
y  $R = 0.35$ , se encuentra

$$q = 0.85$$

Que corresponde a

$$A_s = q b h \frac{f'_c}{f_y} = 0.85 \times 30 \times 50 \times \frac{136}{4 \ 200} = 41.3 \text{ cm}^2$$

#### DETALLE DEL REFUERZO

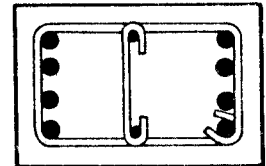
Refuerzo longitudinal

Para el refuerzo por flexocompresión se usarán

$$8\#8 \quad A_s = 40.6 \doteq 41.3 \text{ cm}^2$$

10 Conviene además colocar dos barras # 5 en las ca  
ras laterales

11 Como refuerzo transversal, según 4.2.2, se emplea  
rán E#3 @ 30 cm



$A_s = 8 \#8 + 2 \#5$   
E #3 @ 30 cm

## COMENTARIOS

1. Si el momento actúa en una sola dirección, la manera más efectiva de resistirlo es colocar el refuerzo en las caras extremas; sin embargo, debe tenerse presente el comentario 10
2. Lo prescrito en 4.2.2 de las Normas son los requisitos mínimos para el refuerzo transversal en columnas
3. Esta es una de las condiciones críticas que se analizan en el problema en estudio
4. Requisito 1.4.1 de las Normas
5.  $f_c''$  se calcula con la ec 2.3 del requisito 2.12 de las Normas
6. Se emplean las gráficas para  $f_y \leq 4200 \text{ kg/cm}^2$ . El diagrama de interacción se elige considerando que el refuerzo se localiza en las caras extremas y con el valor calculado de  $d/h$
7. Como las cargas dadas se deben a la combinación de cargas permanentes y accidentales, de acuerdo con el art 220 del RDF-76 (ref 4), el factor de carga es  $F_c = 1.1$
8. De acuerdo con el requisito 1.6 de las Normas, el factor de reducción de resistencia es  $F_R = 0.75$ , valor que se estipula cuando la columna no tiene refuerzo especial de confinamiento y la falla se produce en la zona de compresión. Este tipo de falla se presenta para los valores K y R del ejemplo, dado que en el diagrama de la fig 2 el valor  $e/h = 0.5$  cae arriba del correspondiente a la falla balanceada.
9. Con los valores de K y R obtenidos, se encuentra q. También se puede obtener q a partir de los valores de K y  $e/h$ , o de R y  $e/h$ . Estas alternativas dan el mismo valor de q que con el procedimiento anterior.

10. Debido a la longitud del lado largo, pueden presentarse fisuras horizontales por contracción del concreto, por lo que conviene colocar algún refuerzo longitudinal como el propuesto. Además, según los requisitos mínimos para el refuerzo trasversal en columnas (4.2.2 de las Normas) ninguna barra que no tenga soporte lateral debe distar más de 15 cm de una barra soportada lateralmente; por tanto, es necesario colocar grapas como se indica en la figura respectiva

11 De acuerdo con el requisito 4.2.2 de las Normas, la separación de los estribos no debe ser mayor que

$$a) \frac{850}{\sqrt{f_y}} d_b = \frac{850}{\sqrt{4200}} \times 2.54 = 33 \text{ cm}$$

$d_b$  es el diámetro de la barra longitudinal.

$$b) 48 d_e = 48 \times 0.95 = 46 \text{ cm}$$

$d_e$  es el diámetro de la barra del estribo.

$$c) b = 30 \text{ cm}$$

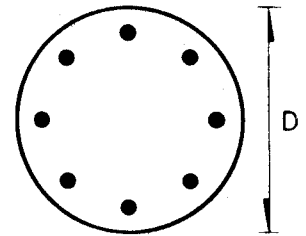
d) La requerida por fuerza cortante.

## DATOS

- 1 El refuerzo trasversal está constituido por zun chos que cumplen los requisitos 4.2.3 de las Nor mas

$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4\ 200 \text{ kg/cm}^2$$



$$D = 50 \text{ cm}$$

## CONDICIONES CRITICAS DE CARGA DE SERVICIO

(tomando en cuenta la excentricidad accidental)

- a) Carga muerta y carga viva

$$P = 125 \text{ ton}$$

$$M_x = 12 \text{ ton-m}$$

$$M_y = 1.5 \text{ ton-m}$$

- b) Carga muerta, carga viva y sismo

$$P = 100 \text{ ton}$$

$$M_x = 30 \text{ ton-m}$$

$$M_y = 7 \text{ ton-m}$$

- 2 Para este problema, el caso de flexión biaxial se puede reducir a uno de flexión uniaxial mediante

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

## PARAMETROS PARA CALCULAR LA RESISTENCIA

$$f_c^* = 0.8 f_c' = 0.8 \times 250 = 200 \text{ kg/cm}^2$$

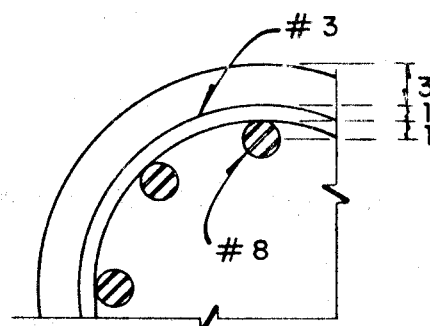
$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 \times 200 = 170 \text{ kg/cm}^2$$

Se supone un recubrimiento libre de 3 cm, estribos # 3 y varillas # 8

$$r = 3 + 1 + 1 = 5 \text{ cm}$$

$$d = D - 2r = 50 - 2 \times 5 = 40 \text{ cm}$$

$$d/D = 40/50 = 0.80$$



3 Se empleará el diagrama de interacción de la fig 19

4 CONDICION CRITICA: CARGA MUERTA Y CARGA VIVA

Parámetros adimensionales de las cargas de diseño

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{12^2 + 1.5^2} = 12.1 \text{ ton-m}$$

5  $P_u = 1.4 \quad P = 1.4 \times 125 = 175 \text{ ton}$

$$M_u = 1.4 \quad M = 1.4 \times 12.1 = 16.9 \text{ ton-m}$$

$$e = \frac{16.9}{175} = 0.10 \text{ m} \quad e/D = \frac{0.10}{0.50} = 0.20$$

6  $K = \frac{P_u}{F_R D^2 f_c''} = \frac{175\,000}{0.85 \times 50^2 \times 170} = 0.48$

7 USO DE LOS DIAGRAMAS

Se emplea el diagrama de la fig 19; con  $K = 0.48$  y  $e/D = 0.20$ , se encuentra

$$q = 0.20$$

CONDICION CRITICA: CARGA MUERTA, CARGA VIVA Y SISMO

Parámetros adimensionales de las cargas de diseño

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{30^2 + 7^2} = 30.8 \text{ ton-m}$$

8  $P_u = 1.1 \times P = 1.1 \times 100 = 110 \text{ ton}$

$$M_u = 1.1 \times M = 1.1 \times 30.8 = 33.9 \text{ ton-m}$$

$$e = \frac{33.9}{110} = 0.31 \quad e/D = \frac{0.31}{0.50} = 0.62$$

$$K = \frac{P_u}{F_R D^2 f_c''} = \frac{110 \ 000}{0.85 \times 50^2 \times 170} = 0.30$$

En el diagrama de la fig 19, con  $K = 0.30$  y  $e/D = 0.62$ , se encuentra

$$q = 0.60$$

Se observa que el valor de  $q$  para este caso es mayor que el que corresponde a cargas permanentes, por lo que se debe diseñar para  $q = 0.60$ , lo que da lugar a

$$A_s = q \frac{\pi D^2}{4} \frac{f_c''}{f_y} = 0.60 \pi \times \frac{50^2}{4} \times \frac{170}{200} = 47.7 \text{ cm}^2$$

9 DISEÑO DEL ZUNCHO

El requisito 4.2.3 de las Normas estipula que el porcentaje volumétrico ( $p'$ ) del refuerzo en espi

ral no será menor que

$$p' = 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y}$$

ni que

$$p' = 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$$

Además

$$A_g = \pi \times 50^2 / 4 = 1964 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \pi (50 - 2 \times 3)^2 / 4 = 1521 \text{ cm}^2$$

Utilizando las fórmulas anteriores

$$p' = 0.45 \left( \frac{1964}{1521} - 1 \right) \frac{250}{4200} = 0.0078$$

o

$$p' = 0.12 \times 250 / 4200 = 0.0071$$

rige  $p' = 0.0078$

10 De la definición de  $p'$

$$p' = \frac{V_s}{A_c} = \frac{A_{sp} \pi d_s}{s A_c}$$

se obtiene el paso,  $s$ , del zuncho hecho con una barra #3

$$s = \frac{A_{sp} \pi d_s}{p' A_c} = \frac{0.71 \times \pi \times 42}{0.0078 \times 1521} = 8 \text{ cm}$$

11 Además, según 4.2.2,  $s$  no debe ser mayor que

$$a) \frac{850}{\sqrt{f_y}} \times d_b = \frac{850}{\sqrt{4200}} \times 2.54 = 33 \text{ cm}$$



- b)  $48 d_e = 48 \times 0.95 = 46 \text{ cm}$   
 $d_e$  es el diámetro de la barra del estribo.
- c)  $b = D = 50 \text{ cm}$
- d) La requerida por fuerza cortante

También, según 4.2.3 de las Normas, el claro libre entre dos vueltas consecutivas no debe ser mayor de 7 cm.

Este último requisito es el que rige.

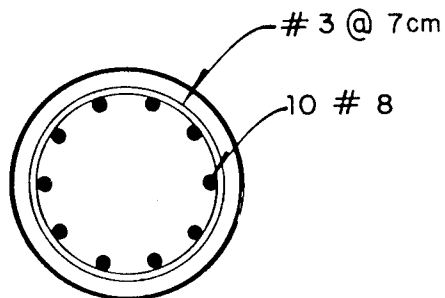
#### DETALLE DEL REFUERZO

Refuerzo longitudinal

Para el refuerzo en compresión se usará

$$10 \#8 A_s = 50.8 > 47.7 \text{ cm}^2$$

Como refuerzo transversal se empleará refuerzo en espiral #3, con un claro libre entre dos vueltas consecutivas de 7 cm



## COMENTARIOS

1. Este ejemplo ilustra el procedimiento a seguir para el diseño por flexocompresión de una columna zunchada
2. El problema de flexión biaxial se puede convertir a uno de flexión uniaxial por la simetría que tiene la sección circular
3. Se emplean las gráficas para  $f_y \leq 4\ 200\text{ kg/cm}^2$ . El diagrama de interacción se elige considerando una sección circular con la relación  $d/D$  calculada
4. Es necesario revisar esta situación de carga y la situación de carga con sismo, a fin de encontrar la condición de diseño
5. Según el art 220 del RDF-76, el factor de carga, para el caso de cargas permanentes, es 1.4
6. Según el requisito 1.6 de las Normas, el factor de reducción de resistencia para una columna zunchada es  $F_R = 0.85$
7. A diferencia del ejemplo anterior, aquí se calcula  $q$  con los valores  $K$  y  $e/D$ . También, como en el ejemplo 6.1, se puede hallar  $q$  con los valores  $K$  y  $R$ , donde

$$R = \frac{M_u}{F_R D^3 f'_c}$$

o con  $R$  y  $e/D$ , criterios con los que se obtiene el mismo valor de  $q$

8. El factor de carga para el caso de cargas permanentes y accidentales es 1.1
9. La expresión que se emplea para el cálculo  $p'$  es la ec 4.2 del requisito 4.2.3 de las Normas.

10. En la definición de  $p'$  se tiene

$A_{sp}$  área del refuerzo en espiral

$d_s$  diámetro de la espiral

$s$  paso de la espiral

$A_c$  área transversal del núcleo, hasta la circunferencia exterior de la hélice

11. Estos son los requisitos mínimos para el refuerzo transversal en columnas (4.2.2 de las Normas), cuyo objetivo es evitar el pandeo de barras longitudinales

$d_b$  es el diámetro de la barra longitudinal y  $d_e$  el del estribo

6.3 Revisión de una columna corta de sección rectangular con refuerzo longitudinal distribuido uniformemente. Flexo-compresión en una dirección

DATOS

El refuerzo transversal está constituido por es trios que cumplen el requisito g de 4.7 de las Normas

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 6\,000 \text{ kg/cm}^2$$

La sección y el refuerzo longitudinal se muestran en la figura (acotaciones en cm)

$$e = 35 \text{ cm}$$

PARAMETROS PARA EL CALCULO DE LA RESISTENCIA

$$f_c^* = 0.8 \times f'_c = 0.8 \times 200 = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_c^{**} = 0.85 \times f_c^* = 0.85 \times 160 = 136 \text{ kg/cm}^2$$

De acuerdo con los datos de la figura,  $r = 5 \text{ cm}$  (el detalle del recubrimiento es igual al del ejemplo 1)

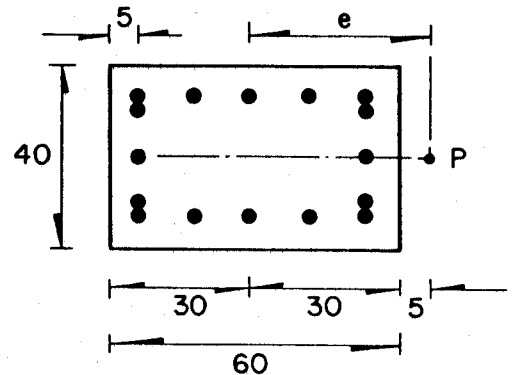
$$d = h - r = 60 - 5 = 55 \text{ cm}$$

$$d/h = 55/60 = 0.917$$

$$p = \frac{A_s}{bh} = \frac{16 \times 5.07}{40 \times 60} = 0.0338$$

$$q = p \frac{f_y}{f_c^{**}} = 0.0338 \times \frac{6\,000}{136} = 1.5$$

$$e/h = 35/60 = 0.58$$



16 # 8

Se deben emplear las gráficas para  $f_y > 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$ .  
 Se usarán las figs 13 y 14, que corresponden a los valores  $d/h = 0.95$  y  $d/h = 0.90$ , respectivamente; a partir de los valores obtenidos, se interpolará para el valor  $d/h = 0.917$ .

#### USO DE LOS DIAGRAMAS

Se entra a cada figura con  $q = 1.5$  y  $e/h = 0.58$ ,  
 para  $d/h = 0.90$ , de la fig 14,  $K = 0.65$   
 (la falla es en compresión)

Para  $d/h = 0.95$ , de la fig 13,  $K = 0.75$  (la falla es en compresión)

Interpolando para  $d/h = 0.917$ ,  $K = 0.68$

La carga axial última resistente de la sección es

$$2 \quad P_u = K F_R b h f_c'' = 0.68 \times 0.85 \times 40 \times 60 \times 136 = 189\ 000\ \text{kg}$$

$$3 \quad M_u = P_u e = 189 \times 0.35 = 66.1\ \text{ton-m}$$

#### DISEÑO DE LOS ESTRIBOS QUE CONFINAN EL NUCLEO

El área transversal de una rama de estribo,  $A_{sh}$ , se calcula con

$$4 \quad A_{sh} = L_h p' s_h / 2$$

$$5 \quad L_h = 25\ \text{cm}$$

$p'$  se calcula con la expresión que se usó en el ejemplo 2

$$A_c = 54 \times 34 = 1\,836 \text{ cm}^2$$

$$A_g = 40 \times 60 = 2\,400 \text{ cm}^2$$

$$p' = 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} = 0.45 \left( \frac{2\,400}{1\,836} - 1 \right) \frac{200}{4\,200} = 0.0066$$

$$\text{o, } p' = 0.12 \frac{f'_c}{f_y} = 0.12 \times 200/4\,200 = 0.0057$$

se toma  $p' = 0.0066$

6 Para la separación de estribos, se propone

$$s_h = 8 \text{ cm.}$$

Aplicando la expresión para  $A_{sh}$

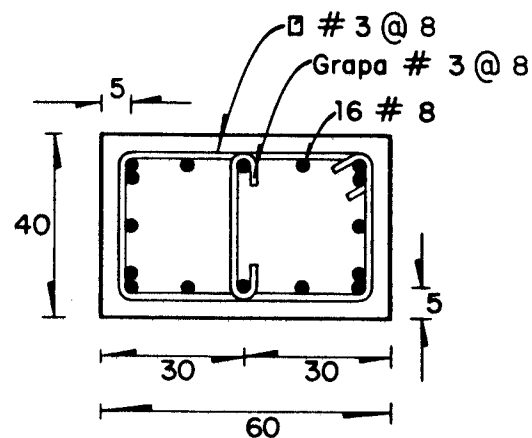
$$A_{sh} = L_h p' s_h / 2 = 25 \times 0.0066 \times 8 / 2 = 0.66 \text{ cm}^2$$

#### DETALLE DEL REFUERZO

Como refuerzo transversal se usará

$$\square \#3; A_s = 0.71 \text{ cm}^2 > 0.66 \text{ cm}^2$$

con una separación de 8 cm. Además se emplearán grapas #3, como se indica en la siguiente figura.



16 # 8

## COMENTARIOS

1. Los estribos de una columna rectangular que cumplen el requisito g de 4.7, dan un confinamiento lateral equivalente al de la hélice de una columna zunchada (comentarios 4.7 del RDF-76, ref 2)
2. La falla es en la zona de compresión del diagrama. De acuerdo con 1.6, si no existieran estribos que confinan al núcleo, debería usarse  $F_R = 0.75$ . Sin embargo, dado que se están empleando los mencionados estribos, se calcula con  $F_R = 0.85$
3. Otra manera de calcular  $P_u$ ,  $M_u$ , es encontrar R con los valores ya calculados de  $e/h$ ,  $q$  y  $d/h$ . Conocido R se calcula  $M_u$  con la expresión

$$M_u = R F_R b h^2 f'_c$$

Luego, se calcula  $P_u$  con la expresión

$$P_u = M_u / e$$

Este procedimiento debe dar los mismos resultados que con el procedimiento seguido en el ejemplo

4. Esta es la ec 4.8 del requisito g de 4.7 de las Normas, donde  $p'$  es la cuantía volumétrica determinada con la ec 4.2 de las Normas, en la que se sustituye el área del núcleo rectangular medida hasta los paños exteriores del estribo en lugar de  $A_c$ , y donde  $f_y$  es el esfuerzo especificado de fluencia de los estribos que no será mayor de 4 200 kg/cm<sup>2</sup>;  $L_h$  es la máxima longitud sin soporte lateral de un estribo, la cual se mide entre ramas transversales del estribo o grapas suplementarias, y  $s_h$  es la separación centro a centro de los estribos que no será mayor de 10 cm.
5. Este valor se calculó considerando que se usa una grapa como la de la figura respectiva. De esta manera se cumple con el requisito que exige que ninguna barra que no tenga soporte lateral diste más de 15 cm de una barra soportada lateralmente (requisito 4.2.2 de las Normas)
6. La separación  $s_h$  propuesta es menor que el máximo (10 cm) estipulado por el mencionado requisito g. Además, se debe comprobar que el valor  $s_h$  sea menor que las separaciones máximas permisibles para evitar el pandeo de las barras longitudinales dadas por 4.2.2 de las Normas, e ilustradas en el ejemplo 6.2. En este caso no rigen tales requisitos.

6.4 Revisión de una columna corta de sección rectangular con flexocompresión en dos direcciones

DATOS

El refuerzo longitudinal se encuentra distribuido uniformemente como se muestra en la figura

- 1 El refuerzo trasversal está constituido por estribos que cumplen con 4.2.2 de las Normas

$$f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$e_y = 32 \text{ m}$$

$$e_x = 12 \text{ cm}$$

- 2 Se quiere conocer la carga de falla para las excentricidades dadas

PARAMETROS PARA EL CALCULO DE LA RESISTENCIA

$$f'_c = 0.8 \times f'_c = 0.8 \times 300 = 240 \text{ kg/cm}^2$$

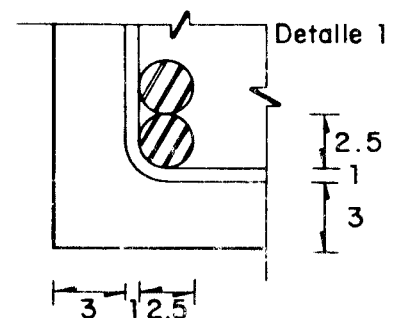
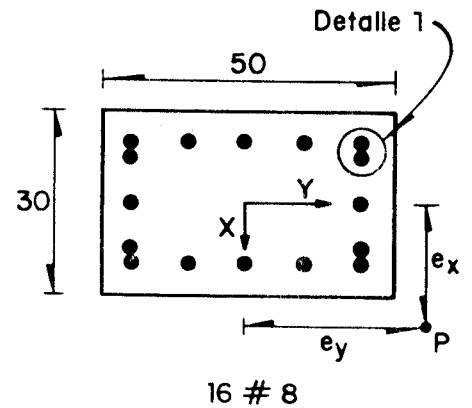
3  $f''_c = 0.85 \times f'_c = 0.85 \times 240 = 204 \text{ kg/cm}^2$

- 4 De acuerdo con el detalle 1

en la dirección Y:  $r = 3 + 1 + 1 = 5 \text{ cm}$

$$d = h - r = 50 - 5 = 45 \text{ cm}$$

$$d/h = 45/50 = 0.90$$





en la dirección X:  $r \doteq 3 + 1 + 1 = 5 \text{ cm}$

$$d = b - r = 30 - 5 = 25 \text{ cm}$$

$$d/b = 25/30 = 0.85$$

además

$$q = \frac{A_s}{bh} \frac{f_y}{f_c} = \frac{16 \times 5.07}{30 \times 50} \times \frac{4200}{204} = 1.11$$

$$e_x/b = 12/30 = 0.40$$

$$e_y/h = 32/50 = 0.64$$

$$5 \quad R_x/R_y = \frac{e_x/b}{e_y/h} = \frac{0.40}{0.64} = 0.625$$

- 6 Se emplean las gráficas para acero uniforme y se considera  $d/b = 0.85$ . Se interpola a partir de los valores obtenidos para  $R_x/R_y = 0.5$  y  $R_x/R_y = 1.0$ , para lo cual se usan las figs 43 y 51

#### USO DE LOS DIAGRAMAS DE INTERACCION

Se entra a cada figura con  $e_y/h = 0.64$  y  $q = 1.11$

De la fig 43, para  $R_x/R_y = 0.5$  y  $d/b = 0.85$   $K = 0.40$   
(la falla es en compresión)

De la fig 51, para  $R_x/R_y = 1.0$  y  $d/b = 0.85$   $K = 0.30$   
(la falla es en compresión)

Interpolando para  $R_x/R_y = 0.625$   $K = 0.375$

La carga axial última resistente de la sección es

$$7 \quad P_u = K F_R b h f_c'' = 0.375 \times 0.75 \times 30 \times 50 \times 204 = 86\,000 \text{ kg}$$

8 METODO APROXIMADO DEL RDF-76

Se revisará si se puede emplear la expresión

$$P_R = \frac{1}{1/P_{Rx} + 1/P_{Ry} - 1/P_{R0}}$$

(ec 2.14 de las Normas), la que también se puede expresar en la forma adimensional

$$9 \quad K_R = \frac{1}{1/K_{Rx} + 1/K_{Ry} - 1/K_{R0}}$$

La ec 2.14 es válida para

$$P_R/P_{R0} \geq 0.1$$

o en forma adimensional

$$K_R/K_{R0} \geq 0.1$$

Cálculo de  $K_{R0}$

$$K_{R0} = 1 + q = 1 + 1.11 = 2.11$$

$$10 \quad \frac{K_R}{K_{R0}} = \frac{0.43}{2.11} = 0.20 > 0.1$$

Se puede aplicar la ec 2.14.

Cálculo de  $K_{RX}$

$$d/h = 25/30 = 0.833; e/h = 12/30 = 0.40; q = 1.11$$

De la fig 12,  $K_{RX} = 0.70$  para  $d/h = 0.80$

De la fig 11,  $K_{RX} = 0.80$  para  $d/h = 0.85$

Para  $d/h = 0.833$

$$K_{RX} = 0.70 + 0.10 \times 0.033/0.05 = 0.766$$

(falla en compresión)

Cálculo de  $K_{RY}$

$$d/h = 45/50 = 0.90; e/h = 32/50 = 0.64; q = 1.11$$

De la fig 10,  $K_{RY} = 0.60$  (falla en compresión)

$$K_R = \frac{1}{1/0.766 + 1/0.60 - 1/2.11} = 0.400$$

$$P_u = K_R F_R b h f_c'' = 0.400 \times 0.75 \times 30 \times 50 \times 204 = 91800 \text{ kg}$$

11  $P_u = 91.8 \text{ ton}$

COMENTARIOS

1. Los requisitos de 4.2.2 son los que debe cumplir el refuerzo transversal en columnas, aun cuando en el cálculo no se considere su núcleo como confinado y se emplee  $F_R = 0.75$
2. En este ejemplo se conoce la posición de la carga axial en compresión; la incógnita es el valor de esta carga en la falla
3. Se aplica la fórmula 2.3 de las Normas, ya que  $f_c^* < 250 \text{ kg/cm}^2$
4. En este caso, los valores  $d/h$  para cada eje principal no son iguales
5. De las expresiones para  $R_x$  y  $R_y$  se obtiene

$$\frac{R_x}{R_y} = \frac{M_{ux}/b}{M_{uy}/h} = \frac{e_x/b}{e_y/h}$$

Como  $R_x$  es el menor de los dos momentos adimensionales, se deberá tomar como  $b$  la dimensión de la columna en la dirección de  $e_x$  (ver figura del problema)

6. Cada una de las figuras para flexión biaxial presentadas en esta publicación corresponden a un valor  $d/b$ , donde  $b$  es la dimensión explicada en el comentario anterior
7. La falla se produce en la zona de compresión del diagrama de interacción, por tanto, según 1.6 de las Normas,  $F_R = 0.75$
8. Se aplica el requisito 2.1.3 b) de las Normas, según el cual se puede usar un método aproximado para la revisión de secciones en compresión y flexión en dos direcciones. La ec 2.14 es la fórmula obtenida por Bresler
9. La forma adimensional de la ec 2.14 es de aplicación más sencilla

10. Si  $K_R/K_{RO} < 0.1$ , se deberá aplicar la ec 2.15 de las Normas, la cual es una aproximación conservadora
11. Se puede observar que la carga última obtenida con la fórmula de Bresler ( $P_u = 91.8$  ton) es mayor que la obtenida con las gráficas ( $P_u = 86.0$  ton)  
Para secciones rectangulares se sugiere la expresión de Bresler, ya que las gráficas para flexocompresión biaxial corresponden a secciones cuadradas y su empleo para secciones rectangulares dará lugar a resultados conservadores respecto a la solución exacta y a los obtenidos con la expresión de Bresler.

DATOS

- 1 El refuerzo transversal estará constituido por es tribos que cumplan con 4.2.2

$$f_c^i = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 6\,000 \text{ kg/cm}^2$$

Condición crítica de carga  $P = 350$  ton  
(debida a carga muerta más carga viva)

$e_1 = e_2 = 15$  cm, se toma en cuenta la excentricidad accidental

- 2 La carga de 350 ton se debe a 125 ton por carga muerta y 225 ton por carga viva

PARAMETROS PARA EL CALCULO DE LA RESISTENCIA

3  $f_c^* = 0.8 \times f_c^i = 0.8 \times 250 = 200 \text{ kg/cm}^2$

4  $f_c^{''} = 0.85 \times f_c^* = 0.85 \times 200 = 170 \text{ kg/cm}^2$

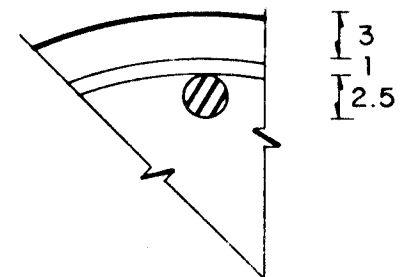
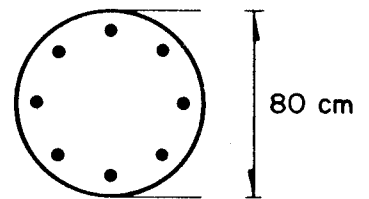
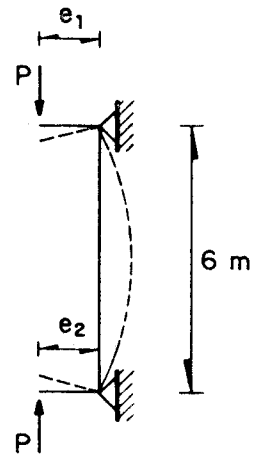
Se suponen barras #8 longitudinales con E #3 y con recubrimiento según el detalle mostrado

El recubrimiento medido desde el centro del refuerzo longitudinal resulta

$$r = 3 + 1 + 1 = 5$$

$$d = D - 2r = 80 - 2 \times 5 = 70$$

$$d/D = 70/80 = 0.875$$



- 5 Se interpolará a partir de los diagramas 21 y 22 para las cargas de diseño

$$P_u = 1.4 \times 350 \text{ ton} = 490 \text{ ton}$$

y los momentos últimos sin considerar efectos de esbeltez

$$M_1 = M_2 = 490 \text{ ton} \times 0.15 \text{ m} = 73.5 \text{ ton-m}$$

- 6 EFECTOS DE ESBELTEZ

$r$  = radio de giro =  $D/4 = 80/4 = 20 \text{ cm}$

7  $\frac{H'}{r} = \frac{600}{20} = 30$

8  $34 - 12 \frac{M_1}{M_2} = 34 - 12 \times 1 = 22$

9 Se cumple  $\frac{H'}{r} > 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$

deben considerarse los efectos de esbeltez

- 10 Se diseñará para  $P_u$  y un momento amplificado

$$M_c = F_a M_2$$

(ec 1.1 de las Normas), donde  $F_a$  se calcula según la ecuación

$$F_a = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_c}} \geq 1.0$$

(ec 1.2 de las Normas).

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} = 0.6 + 0.4 \times 1 = 1.0 > 0.4$$

$$E_c = 10\,000 \sqrt{f'_c} = 158\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$11 \quad \mu = \frac{125}{350}$$

$$I_g = \pi D^4/64 = \pi \times 804/64 = 2\,010\,600 \text{ cm}^4$$

$$EI = 0.4 \frac{E_c I_g}{(1 + \mu)} = 0.4 \times \frac{158\,000 \times 2\,010\,600}{(1 + 0.36)} =$$

$$= 9.349 \times 10^{10} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$P_c = \frac{F_R \pi^2 EI}{(H')^2} = \frac{0.85 \pi^2 \times 9.349 \times 10^{10}}{(600)^2} = 2\,179\,000 \text{ kg}$$

Aplicando la ec 1.2 de las Normas

$$F_a = \frac{1.0}{1 - \frac{490}{2\,179}} = 1.29$$

y con la ec 1.1 de las Normas, la columna se diseñará para

$$M_c = 1.29 \times 73.5 = 94.8 \text{ ton-m}$$

PARAMETROS ADIMENSIONALES DE LAS CARGAS DE DISEÑO

$$e = \frac{M_c}{P_u} = \frac{94.8}{490} = 0.19 \text{ m}$$

$$e/D = 0.19/0.80 = 0.24$$



12

$$K = \frac{P_u}{F_R D^2 f_c''} = \frac{490\,000}{0.75 \times 80^2 \times 170} = 0.60$$

## USO DE LOS DIAGRAMAS

Para cada diagrama se toma  $K = 0.60$  y  $e/D = 0.24$

Para  $d/D = 0.85$  (de la fig 22),  $q \doteq 0.6$

Para  $d/D = 0.90$  (de la fig 21),  $q \doteq 0.6$

Por tanto, para  $d/D = 0.875$ , resulta  $q \doteq 0.6$

Que corresponde a

$$A_s = q \frac{\pi D^2}{4} \frac{f_c''}{f_y} = 0.6 \times \frac{\pi \times 80^2}{4} \times \frac{170}{6\,000} = 85.5 \text{ cm}^2$$

## DETALLE DEL REFUERZO

Refuerzo longitudinal

Para el refuerzo en flexocompresión se usa

$$17 \text{ #8}; A_s = 86.2 \text{ cm}^2$$

Como refuerzo trasversal, según 4.2.2, se emplea rá

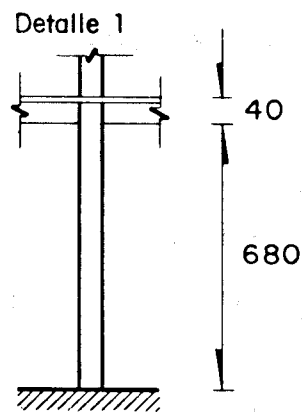
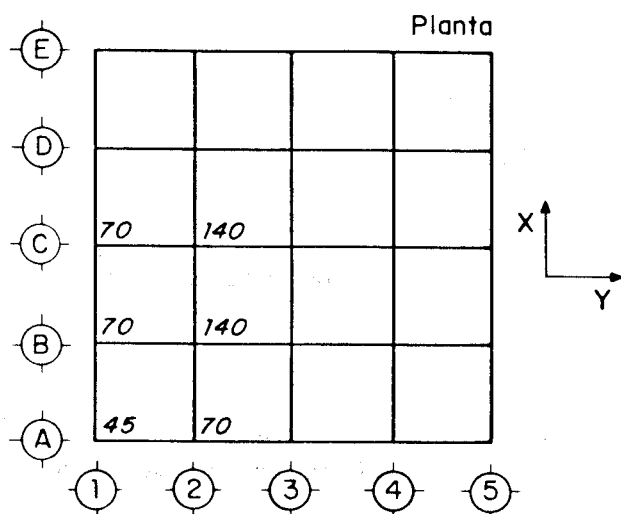
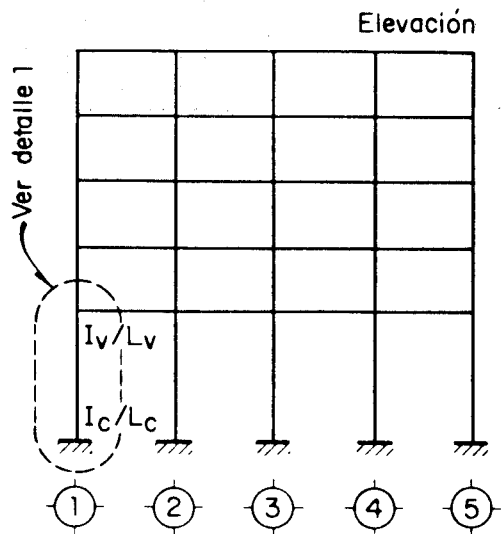
$$E \text{ #3 @ } 30 \text{ cm}$$

## COMENTARIOS

1. Los requisitos de 4.2.2 de las Normas son los generales para el refuerzo trasversal en columnas
2. Estos valores son necesarios para el cálculo de los efectos de esbeltez
3. Ecuación 1.8 de las Normas
4. Ecuación 2.3 de las Normas
5. Se emplearán los diagramas de interacción para  $f_y > 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$
6. Se consideran los requisitos de 1.3.2 de las Normas
7.  $H'$  es la longitud efectiva del miembro en flexocompresión, donde  $H' = KH$ .  
Para las condiciones de apoyo de la columna de este ejemplo,  $K = 1$
8. La columna se flexiona con curvatura simple, por tanto, el cociente  $M_1/M_2$  es positivo
9. Como el miembro está restringido lateralmente, se aplica la expresión anterior
10. Este es el criterio del RDF-76 para considerar el efecto de esbeltez; requisito 1.3.2d
11.  $\mu$  es la relación entre el máximo momento de diseño por carga muerta y el máximo momento de diseño total, que en este caso coincide con la relación entre carga axial muerta de servicio y carga axial total de servicio.
12. La carga de falla es en la zona de compresión del diagrama y además los estribos no confinan al núcleo; por estas razones  $F_R = 0.75$

6.6 Diseño de una columna de sección rectangular con flexocomprensión en dos direcciones. Se consideran efectos de esbeltez

DATOS

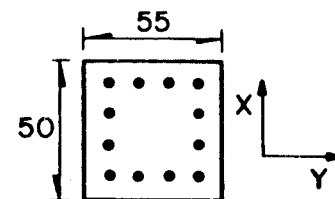


1

Se diseñará la columna A1 de la planta baja. No existen muros de cortante ni contravientos

- 2 El refuerzo longitudinal está uniformemente distribuido, como se muestra en la figura

El refuerzo transversal está constituido por es tribos que cumplen con el requisito 4.2.2 de las Normas



$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4\,200 \text{ kg/cm}^2$$

RIGIDECES RELATIVAS, en  $\text{cm}^3$

	Dirección X	Dirección Y
$I_v/L_v$	800	800
$I_c/L_c$ 1er nivel	820	990
$I_c/L_c$ 2do nivel	1\,650	1\,980

CONDICION CRITICA DE CARGA (DEBIDA A CARGA VERTICAL MAS SISMO)

	Extremo inferior	Extremo superior
3 Dirección Y	$P_u = 45 \text{ ton}$	
Carga muerta más carga viva	$M_u = 5.1 \text{ ton-m}$	$M_u = 10.2 \text{ ton-m}$ (4 ton-m por carga muerta)
Sismo	$M_u = 34.5 \text{ ton-m}$	$M_u = 31.5 \text{ ton-m}$

Dirección X	$P_u = 45 \text{ ton}$	
Carga muerta más carga viva	$M_u = 4.5 \text{ ton-m}$	$M_u = 9 \text{ ton-m}$
Sismo	$M_u = 11 \text{ ton-m}$	$M_u = 9.5 \text{ ton-m}$

PARAMETROS PARA EL CALCULO DE LA RESISTENCIA

$$f_c^* = 0.8 \times f_c' = 0.8 \times 250 = 200 \text{ kg/cm}^2$$

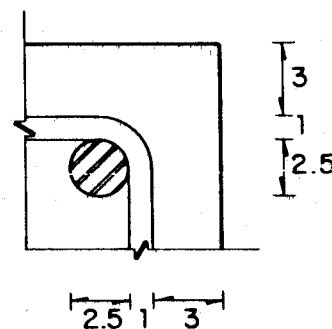
$$f_c'' = 0.85 \times f_c^* = 0.85 \times 200 = 170 \text{ kg/cm}^2$$

Se emplean barras #8 longitudinales con E#3 y un recubrimiento libre a partir de la cara exterior de los estribos de 3 cm. El recubrimiento medido desde el centro del refuerzo longitudinal resulta

$$r = 3 + 1 + 1 = 5 \text{ cm}$$

$$d = b - r = 50 - 5 = 45 \text{ cm}$$

$$d/b = 45/50 = 0.90$$



4 EFFECTOS DE ESBELTEZ EN LA DIRECCION Y

5 a) Esbeltez de conjunto

Se podrá despreciar si  $H'/r < 22$

- Cálculo de  $H'$

$$\text{Nudo superior } \psi = \frac{\sum (I_c/L_c)}{\sum (I_v/L_v)} = \frac{990 + 1980}{800} = 3.7$$

$$\text{Nudo inferior } \psi = 0$$

Se considera que el miembro no está restringido lateralmente, por tanto, de la fig 1.1b de las Normas

$$K = 1.4$$

$$H' = K H = 1.4 \times 680 = 952 \text{ cm}$$

$$r = 0.3 h = 0.3 \times 55 = 16.5 \text{ cm}$$

$$\frac{H'}{r} = \frac{952}{16.5} = 58 > 22$$

(deben considerarse los efectos de esbeltez)

#### FACTOR DE AMPLIFICACION

$$F_a = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_c}} \geq 1.0$$

(ec 1.2 de las Normas).

$$\sum P_u = 9 \times 140 + 12 \times 70 + 4 \times 45 = 2\,280 \text{ ton}$$

6 Columnas ejes (1) y (5)

$$P_c = \frac{F_R \pi^2 EI}{(H')^2} = \frac{0.85 \times \pi^2 \times 3.984 \times 10^{10}}{(952)^2} = 368\,800 \text{ kg}$$

$$EI = 0.4 \frac{E_c I_g}{1 + \mu} = \frac{0.4 \times 158\,100 \times 693\,000}{1 + 0.10} = 3.984 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$I_g = \frac{1}{12} \times 50 \times 55^3 = 693\,000 \text{ cm}^4$$

$$\mu = \frac{4.0}{10.2 + 31.5} = 0.10$$

Columnas ejes (2), (3) y (4)

$$\text{Nudo superior } \psi = \frac{990 + 1\,980}{800 + 800} = 1.86$$

$$\text{Nudo inferior } \psi = 0$$

$$K = 1.25$$

$$H' = KH = 1.25 \times 680 = 850 \text{ cm}$$

$$P_c = \frac{0.85 \times \pi^2 \times 3.984 \times 10^{10}}{(850)^2} = 462\,600 \text{ kg}$$

Por tanto, la carga crítica total en la planta baja es

$$\Sigma P_c = 10 \times 368\,800 + 15 \times 462\,600 = 10\,627\,000 \text{ kg}$$

$$F_a = \frac{1}{1 - \frac{2\,280}{10\,627}} = 1.27$$

- 7 b) Esbeltez considerando la columna aislada y suponiendo sus extremos restringidos lateralmente

Se puede despreciar el efecto de esbeltez si

$$\frac{H'}{r} < 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$$

Cálculo de  $34 - 12 M_1/M_2$

$$8 \quad e_a = 0.05 h = 0.05 \times 55 = 2.8 \text{ cm} > 2 \text{ cm}$$

Excentricidad debida al momento en el nudo inferior

$$e_i = \frac{5.1 + 34.5}{45} = 0.88 \text{ m}$$

Excentricidad debida al momento en el nudo superior

$$e_s = \frac{10.2 + 31.5}{45} = 0.927 \text{ m}$$

9 Excentricidades de diseño

$$e_{ds} = 0.927 + 0.028 = 0.955 \text{ m}$$

$$e_{di} = 0.88 - 0.028 = 0.852 \text{ m}$$

$$M_1 = 45 \times 0.852 = 38.3 \text{ ton-m}$$

$$M_2 = 45 \times 0.955 = 43.0 \text{ ton-m}$$

$$34 - 12 \frac{M_1}{M_2} = 34 - 12 \left( - \frac{38.3}{43.0} \right) = 44.7$$

- Cálculo de  $H'/r$

De la fig 1.1a de las Normas, con  $\psi_A = 3.7$  y  $\psi_B = 0$   
 $K = 0.67$

$$H' = KH = 0.67 \times 680 = 456 \text{ cm}$$

$$r = 0.3 \times 55 = 16.5 \text{ cm}$$

$$\frac{H'}{r} = \frac{456}{16.5} = 27.6 < 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$$

se puede ignorar el efecto de esbeltez para la condición del inciso b); es decir,  $F_a = 1.0$

El factor de amplificación en la dirección Y es el mayor de los obtenidos en los incisos a) y b), por tanto

$$F_a = 1.27$$



## 10 EFECTOS DE ESBELTEZ EN LA DIRECCION X

Siguiendo el procedimiento mostrado para la dirección Y, se obtiene  $F_a = 1.32$

## RESUMEN DE LAS ACCIONES ULTIMAS DE DISEÑO

11 Se procede a hacer el diseño considerando la flexocompresión principal en la dirección Y

$$12 \quad M_{ux} = F_a (M_{cp} + M_{ea} + M_s)$$

$$= 1.32 (9.0 + 45 \times 0.025 + 9.5)$$

$$= 25.91 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

$$M_{uy} = F_a (M_{cp} + M_{ea} + M_s)$$

$$= 1.27 (10.2 + 45 \times 0.028 + 31.5)$$

$$= 54.56 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

$$e_x = 25.91/45 = 0.58 \text{ m}$$

$$e_y = 54.56/45 = 1.21 \text{ m}$$

## PARAMETROS ADIMENSIONALES DE LAS CARGAS DE DISEÑO

La columna se diseñará por flexocompresión biaxial con los datos siguientes

$$13 \quad K = \frac{P_u}{F_R b h f_c} = \frac{45\,000}{0.85 \times 50 \times 55 \times 170} = 0.11$$

$$14 \quad \frac{R_x}{R_y} = \frac{M_{ux}}{M_{uy}} = \frac{25.91}{54.56} = 0.47$$

$$R_y = \frac{M_{uy}}{bh^2 f_c''} = \frac{54.56 \times 10^5}{50 \times 55^2 \times 170} = 0.21$$

$$e_y/h = 121/55 = 2.20$$

$$15 \quad d/b = 45/50 = 0.90$$

#### USO DE LOS DIAGRAMAS

16 Entrando al diagrama 42, correspondiente a  $d/b = 0.90$  y  $R_x/R_y = 0.5$ , para  $K = 0.11$  y  $R_y = 0.21$ , se obtiene  $q = 0.6$

$$A_s = q \frac{f_c''}{f_y} bh = 0.6 \times \frac{170}{4 \times 200} \times 50 \times 55 = 66.8 \text{ cm}^2$$

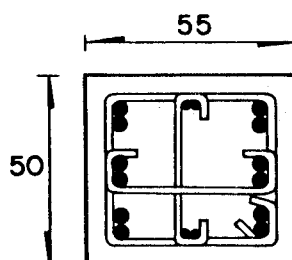
#### DETALLE DEL REFUERZO

##### Refuerzo longitudinal

Para el refuerzo en flexocompresión se usarán

$$12\#8 + 4\#6 \quad ; \quad A_s = 72.2 \text{ cm}^2 > 66.8 \text{ cm}^2$$

17 Como refuerzo transversal, según 4.2.2, se emplearán E #3 @ 30 cm



12 # 8 + 4 # 6

## COMENTARIOS

1.  $I_v/L_v$  es la rigidez relativa de las vigas e  $I_c/L_c$  de las columnas, donde  $I_v$ ,  $I_c$  son los momentos de inercia centroidales de la sección bruta de concreto de viga y columna, respectivamente;  $L_v$  y  $L_c$  son los claros de viga y columna, respectivamente. Los números que se muestran en la planta son los valores de la carga axial última debida a la combinación de carga muerta, carga viva y sismo, en cada columna situada en la planta baja
2. La orientación de los ejes X, Y se eligió de manera arbitraria. Para el uso de las gráficas de interacción, la orientación del eje X debe ser tal que coincida con la dirección del momento menor
3. La condición de carga mostrada es considerando que el sismo actúa en la dirección Y, y que se toma en cuenta el 30 por ciento del efecto del sismo en la otra dirección, según el RDF-76 (ref 5); para este ejemplo, se supone que es el caso más desfavorable de cargas. En el diseño completo de un problema como el presentado, se deberán revisar además los casos en que el sismo actúa en la dirección X, y en que actúen solo las cargas muerta y viva. Se tomará el más desfavorable de los tres casos
4. Se siguen los criterios de la sección 1.3.2 de las Normas
5. No existen muros de cortante ni contravientos que restrinjan el desplazamiento lateral de las columnas; por tanto, debe estudiarse si son significativos los efectos de esbeltez tomando en cuenta el movimiento general del entrepiso
6. Las columnas de los ejes (1) y (5) tienen diferente  $P_c$  respecto a las columnas interiores debido a los valores de  $\psi$  para el nudo superior
7. Se estudia si se consideran los efectos de esbeltez de la columna suponiendo que sus extremos están restringidos lateralmente
8.  $e_a$  es la excentricidad accidental calculada según 2.1.3a de las Normas.

9. Las excentricidades de diseño se calculan considerando además de las debidas a los momentos de diseño, las excentricidades accidentales. Según 2.1.3 a), debe considerarse  $e_a$  con su signo más desfavorable; este es el que conduce a un valor mínimo de la expresión  $34 - 12 M_1/M_2$ . En este ejemplo, por presentarse curvatura doble, el cociente  $M_1/M_2$  es negativo, y por tanto debe buscarse el valor mínimo del cociente  $M_1/M_2$ . Se debe considerar, de acuerdo con el RDF-76 (ref 2), que  $M_2$  es el mayor de los momentos en los extremos del miembro.
10. El método de cálculo es el mismo que se siguió para el estudio del efecto de esbeltez en la dirección Y
11. El comentario es el mismo que el 3
12.  $M_{ux}$ ,  $M_{uy}$  son los momentos amplificadas de diseño. Se debe notar que para efectos de uso de los diagramas se debe cumplir

$$M_{ux} \leq M_{uy}$$

lo que siempre se puede conseguir con una adecuada orientación de los ejes

$M_{cp}$  momento último debido a carga muerta más viva

$M_{ea}$  momento último debido a la excentricidad accidental

$M_s$  momento último debido a sismo

13. Se emplea  $F_R = 0.85$ , por que se supone que la columna con estribos falla en tensión; lo que debe verificarse posteriormente
14. En este ejemplo, dado que  $R_x/R_y \cong 0.5$ , no se considera necesario hacer la interpolación entre  $R_x/R_y = 0$  y  $R_x/R_y = 0.5$  para hallar los valores correspondientes a  $R_x/R_y = 0.47$

15.  $b$  es la dimensión de la columna en la dirección del menor de los momentos ( $M_x$ )
16. También se puede hallar  $q$  con  $d/b$ ,  $R_x/R_y$ ,  $R_y$  y  $K$ , pero en vez de  $R_y$  calcular con  $e_y/h$ ; otra alternativa es calcular  $q$  con  $d/b$ ,  $R_x/R_y$ ,  $R_y$  y  $e_y/h$
17. Según 4.2.2 se deben además colocar grapas que den soporte lateral a las barras longitudinales.

## 7. REFERENCIAS

1. Meli, R, "Gráficas para diseño plástico de columnas de concreto reforzado", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, Apéndice del Informe 176 (1969)
2. "Normas técnicas complementarias del reglamento de construcciones para el Distrito Federal", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 401 (jul 1977)
3. Meli, R, "Columnas de concreto reforzado. Diseño a flexocompresión", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 176 (jul 1968)
4. "Requisitos de seguridad y servicio para las estructuras", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 400 (jul 1977)
5. "Manual de diseño por sismo", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 406 (jul 1977)

## LISTA DE GRAFICAS

### CARGA AXIAL Y FLEXION EN UNA DIRECCION

#### SECCIONES RECTANGULARES

##### *Refuerzo en caras extremas*

$$f_y \leq 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$$

	d/h
Fig 1	0.95
Fig 2	0.90
Fig 3	0.85
Fig 4	0.80

$$4\ 200 < f_y \leq 6\ 000\ \text{kg/cm}^2$$

	d/h
Fig 5	0.95
Fig 6	0.90
Fig 7	0.85
Fig 8	0.80

##### *Refuerzo uniformemente distribuido*

$$f_y \leq 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$$

	d/h
Fig 9	0.95
Fig 10	0.90
Fig 11	0.85
Fig 12	0.80

$4\ 200 < f_y \leq 6\ 000\ \text{kg/cm}^2$

	d/h
Fig 13	0.95
Fig 14	0.90
Fig 15	0.85
Fig 16	0.80

#### SECCIONES CIRCULARES

$f_y \leq 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$

	d/D
Fig 17	0.90
Fig 18	0.85
Fig 19	0.80
Fig 20	0.75

$4\ 200 < f_y \leq 6\ 000\ \text{kg/cm}^2$

	d/D
Fig 21	0.90
Fig 22	0.85
Fig 23	0.80
Fig 24	0.75

#### CARGA AXIAL Y FLEXION EN DOS DIRECCIONES

*Refuerzo concentrado en las esquinas*

$f_y \leq 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$

	d/b	Rx/Ry
Fig 25	0.95	0.5
Fig 26	0.90	0.5



	d/b	Rx/Ry
Fig 27	0.85	0.5
Fig 28	0.80	0.5
Fig 33	0.95	1.0
Fig 34	0.90	1.0
Fig 35	0.85	1.0
Fig 36	0.80	1.0

$4\ 200 < f_y \leq 6\ 000\ \text{kg/cm}^2$

	d/h	Rx/Ry
Fig 29	0.95	0.5
Fig 30	0.90	0.5
Fig 31	0.85	0.5
Fig 32	0.80	0.5
Fig 37	0.95	1.0
Fig 38	0.90	1.0
Fig 39	0.85	1.0
Fig 40	0.80	1.0

*Refuerzo uniformemente distribuido*

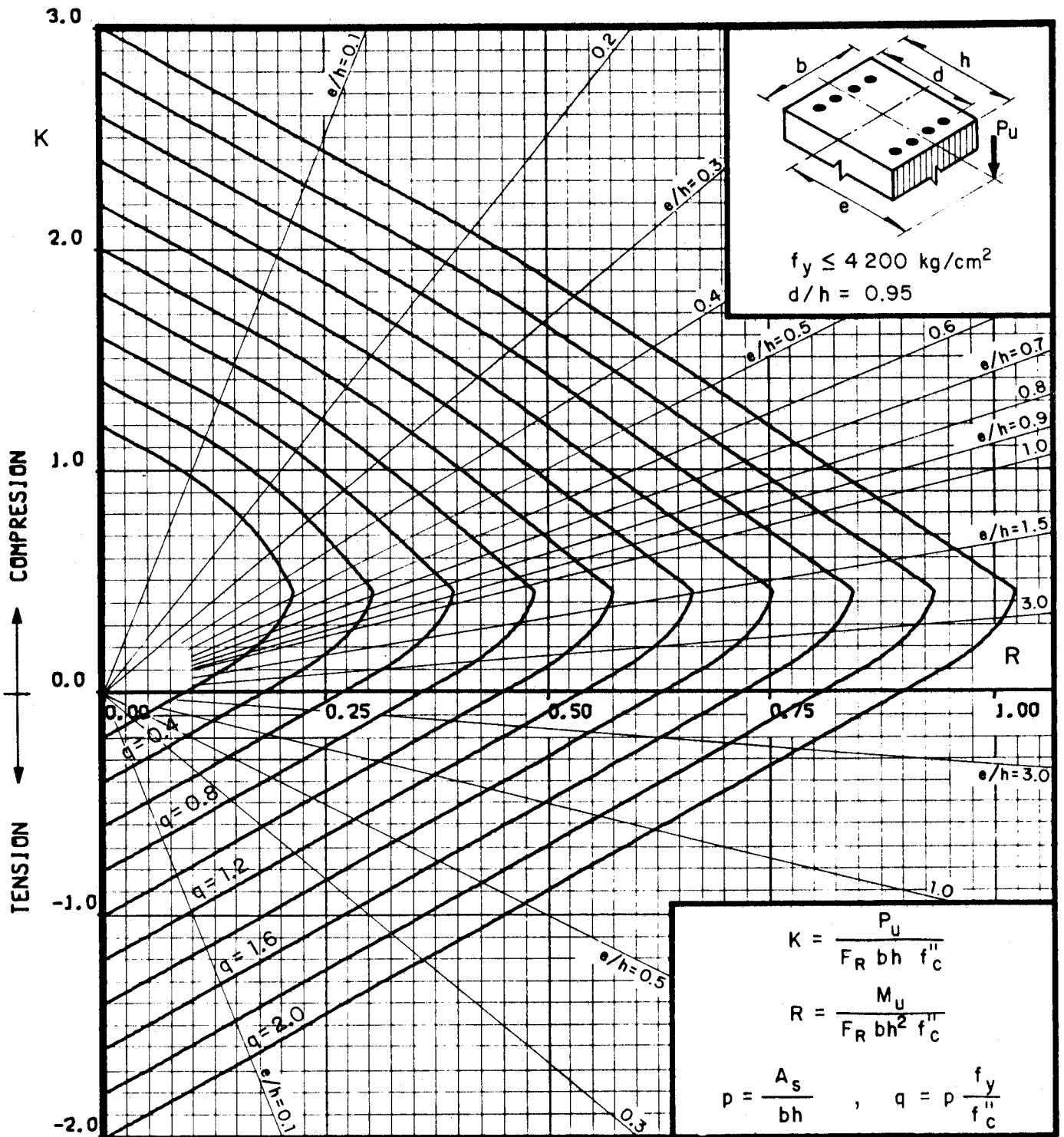
$f_y \leq 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$

	d/b	Rx/Ry
Fig 41	0.95	0.5
Fig 42	0.90	0.5
Fig 43	0.85	0.5
Fig 44	0.80	0.5

	d/b	Rx/Ry
Fig 49	0.95	1.0
Fig 50	0.90	1.0
Fig 51	0.85	1.0
Fig 52	0.80	1.0

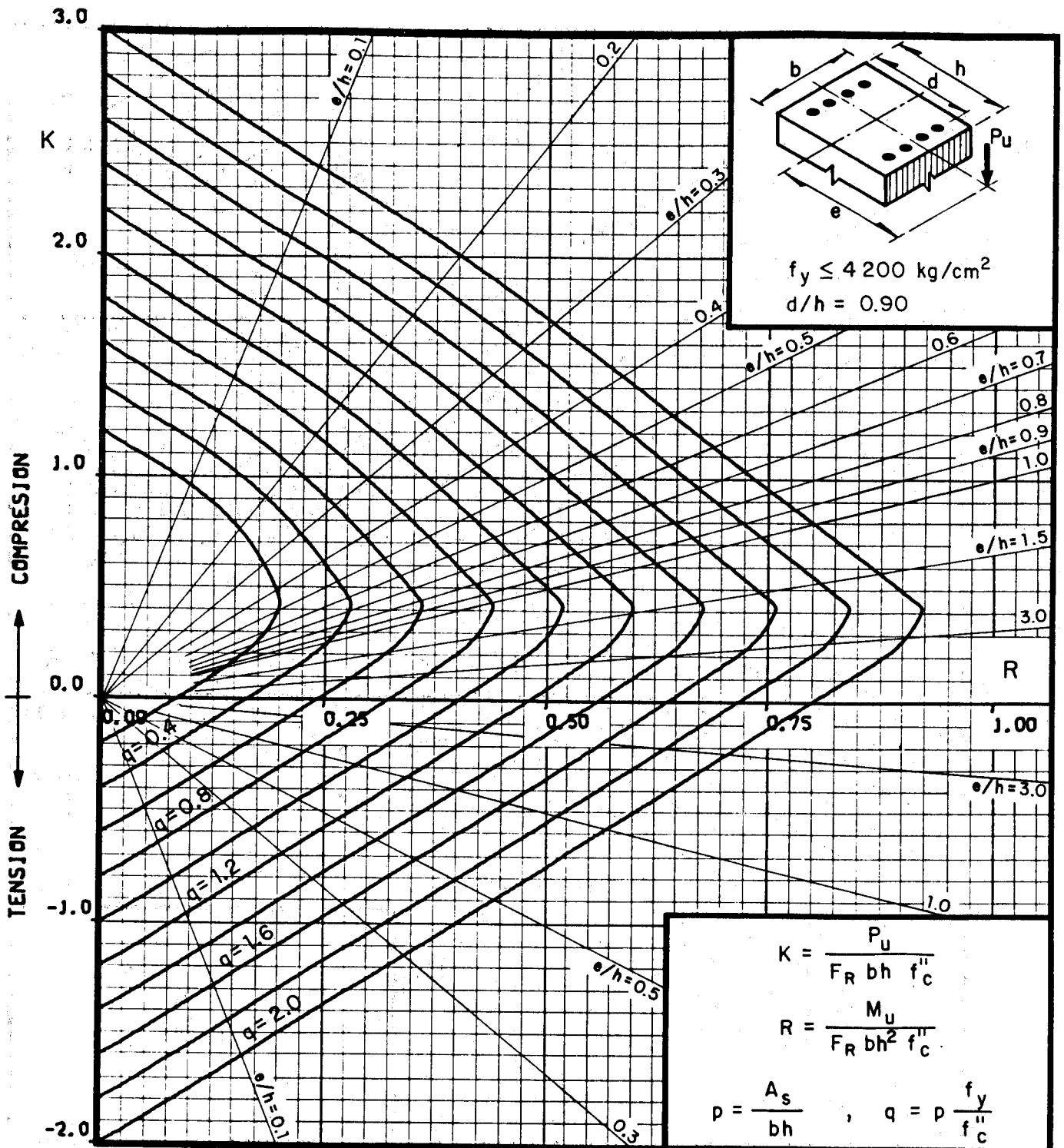
4 200 <  $f_y \leq$  6 000 kg/cm<sup>2</sup>

	d/b	Rx/Ry
Fig 45	0.95	0.5
Fig 46	0.90	0.5
Fig 47	0.85	0.5
Fig 48	0.80	0.5
Fig 53	0.95	1.0
Fig 54	0.90	1.0
Fig 55	0.85	1.0
Fig 56	0.80	1.0



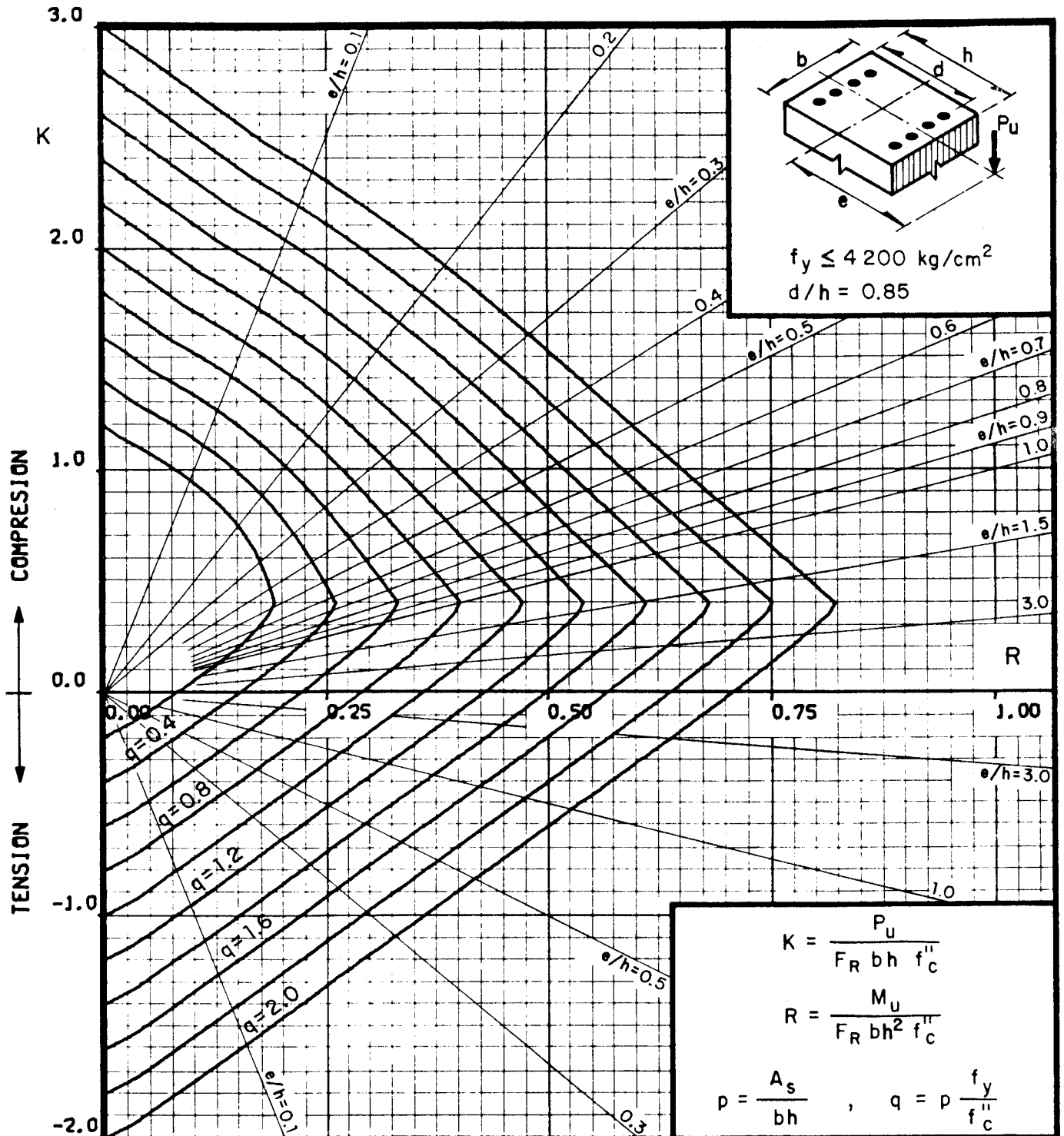
$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Fig 1



$A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_U$  = Carga axial última  
 $M_U$  = Momento flexionante último

Fig 2



$A_s$  = Area total de refuerzo

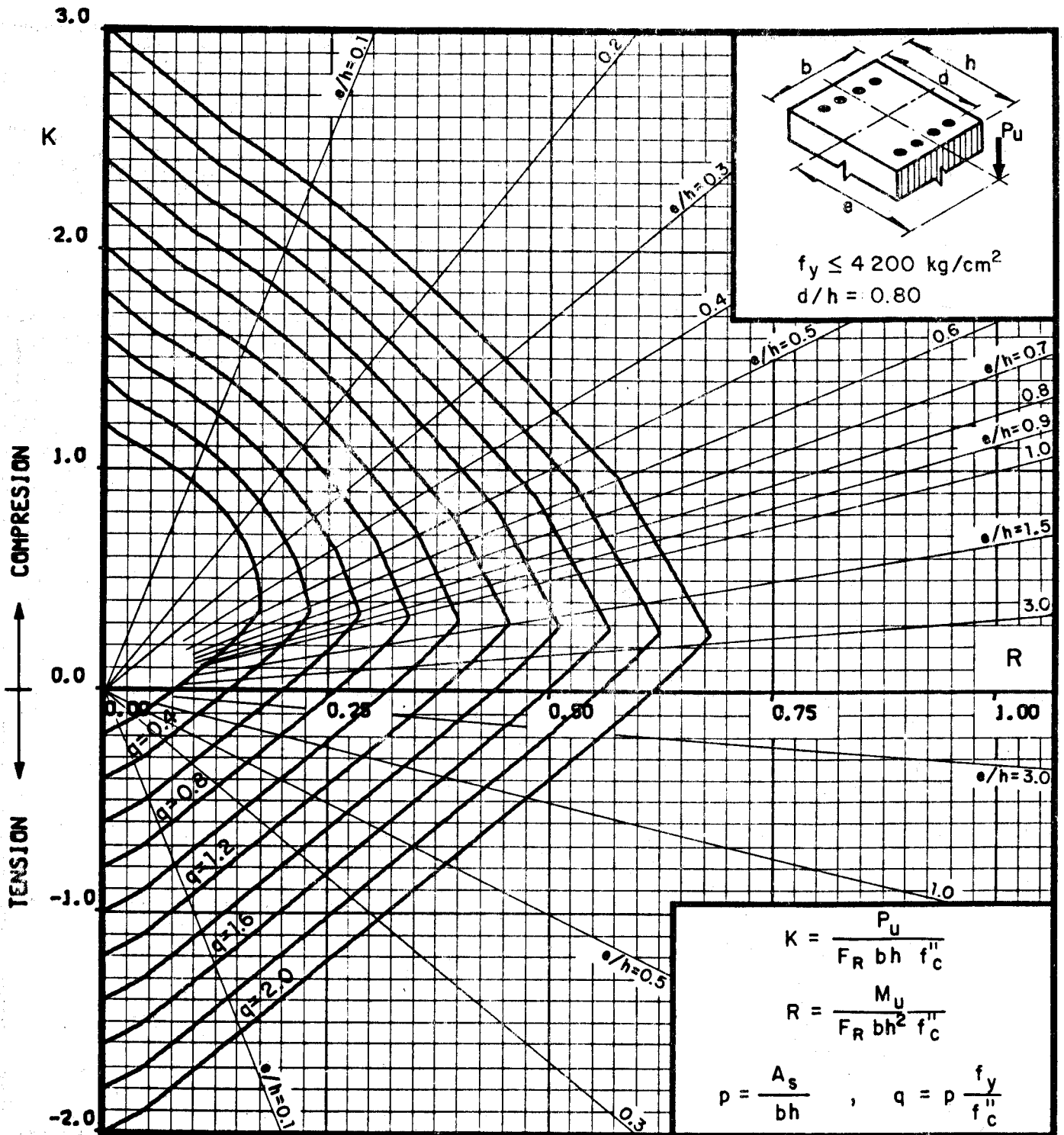
$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

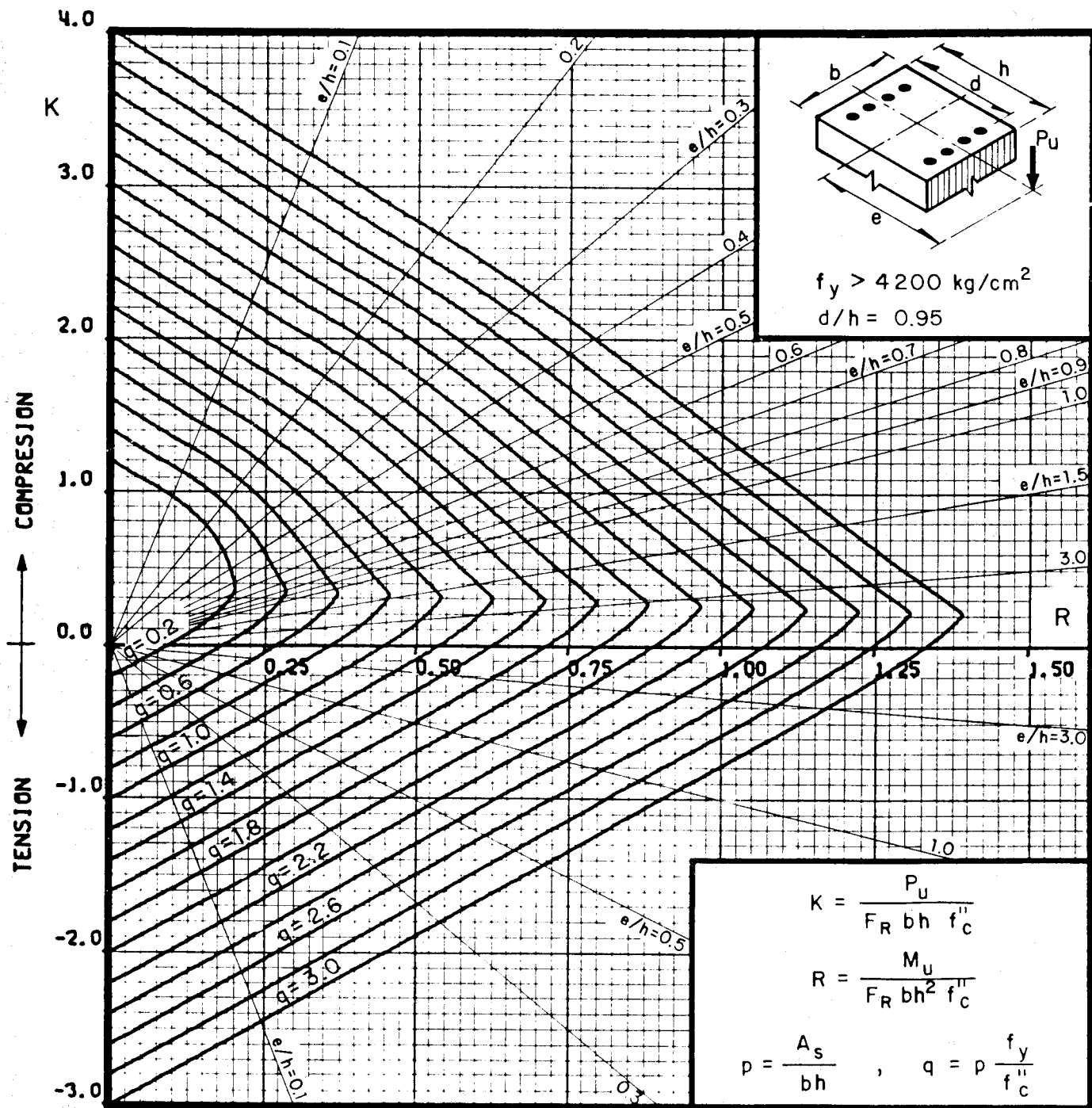
$M_u$  = Momento flexionante último

Fig 3



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f''_c = 0.85 f^*_c$ , si  $f^*_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{1400}) f^*_c$ , si  $f^*_c > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_U$  = Carga axial última  
 $M_U$  = Momento flexionante último

Fig 4



$A_s$  = Area total de refuerzo

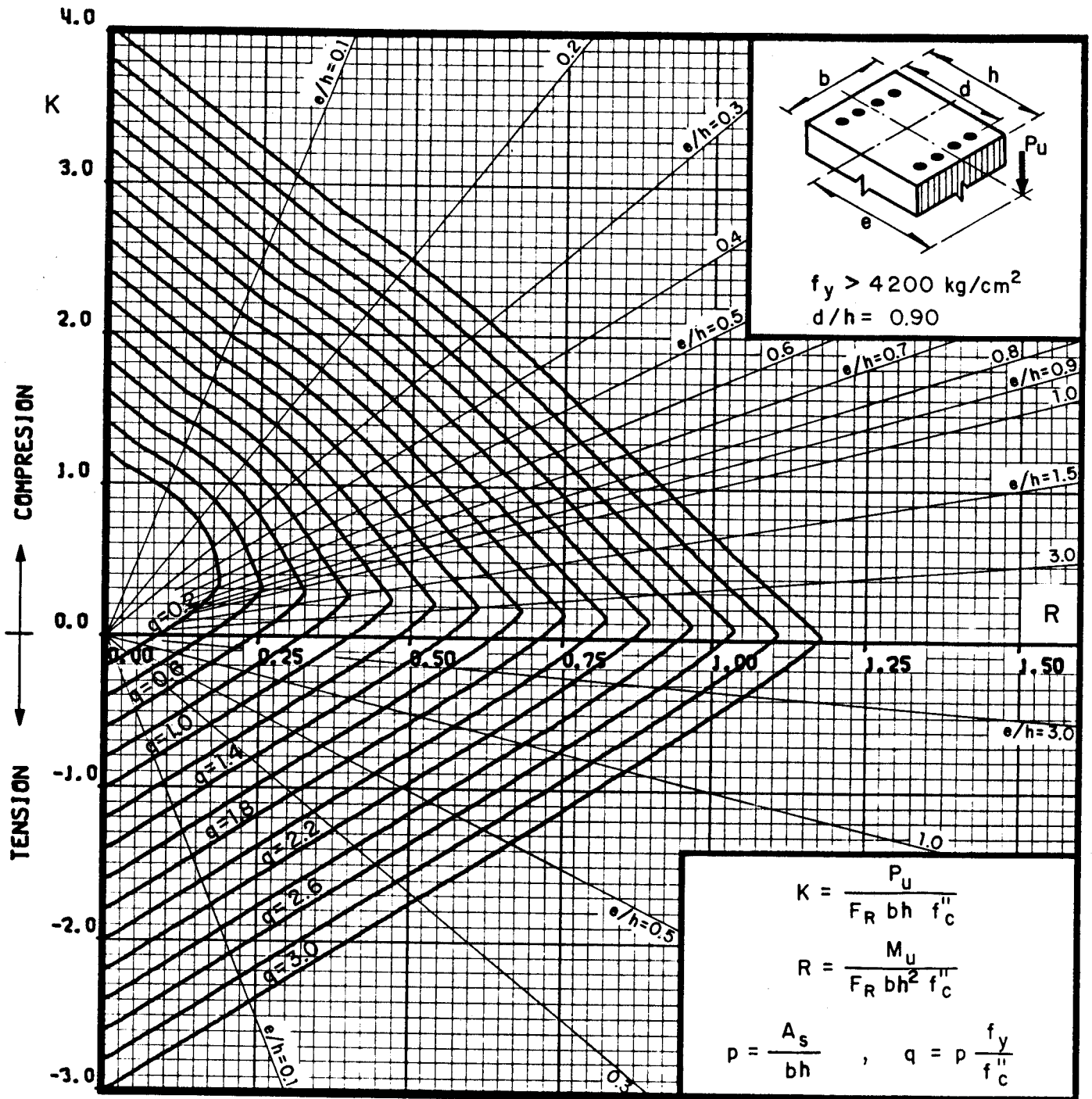
$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_u$  = Momento flexionante último

Fig 5



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f''_c = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f''_c = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

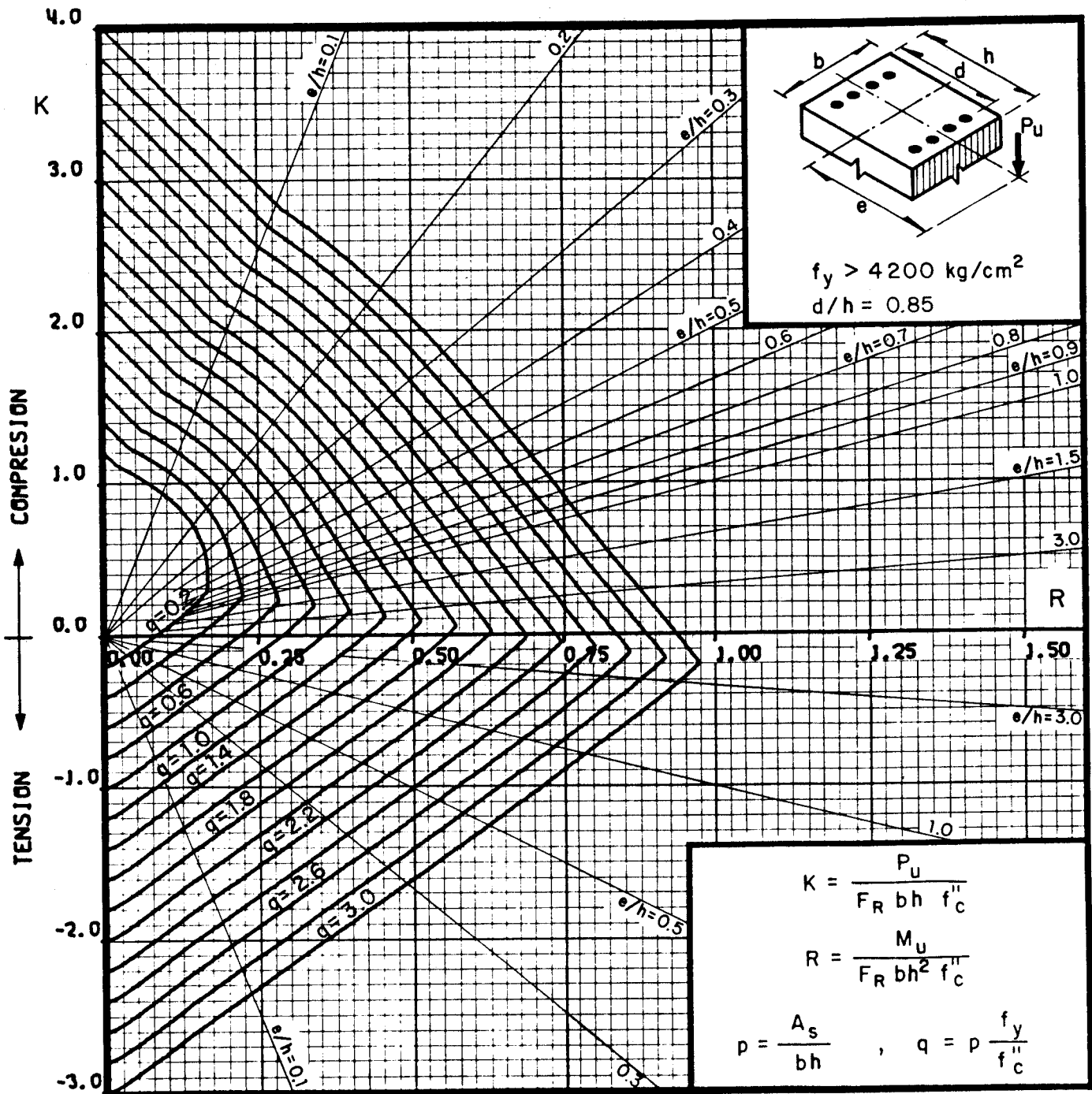
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_u$  = Momento flexionante último

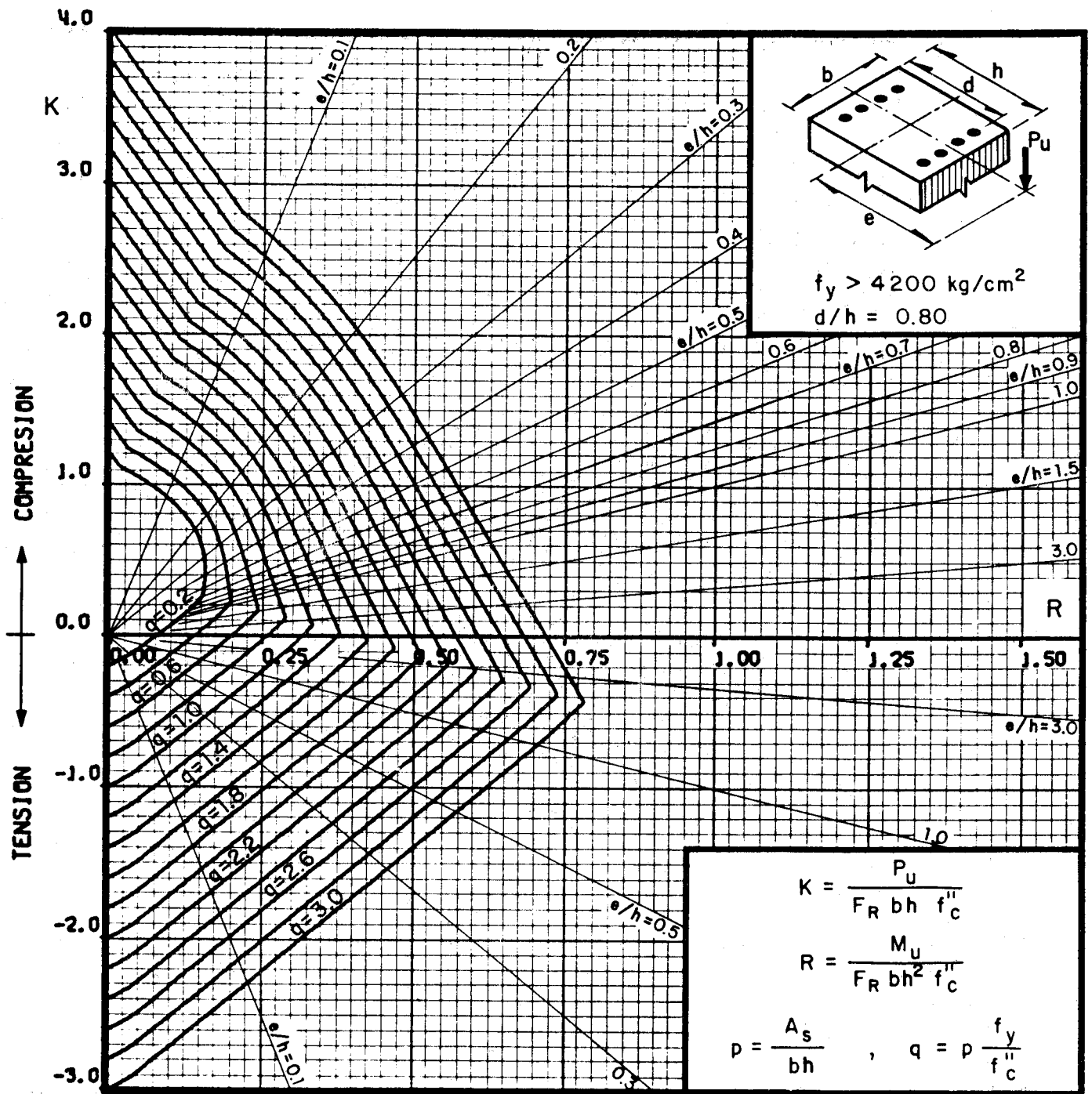
Fig 6





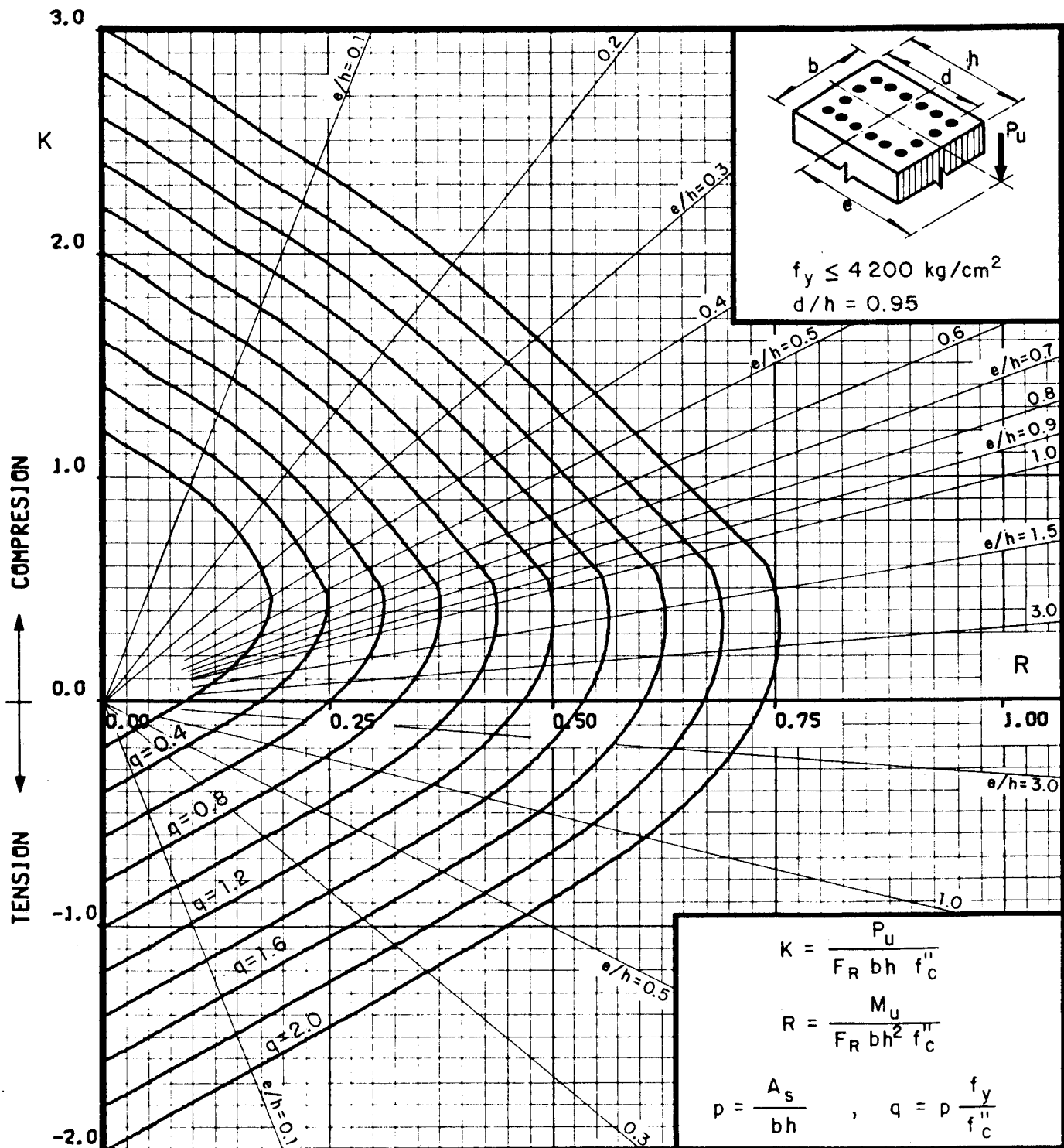
$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Fig 7



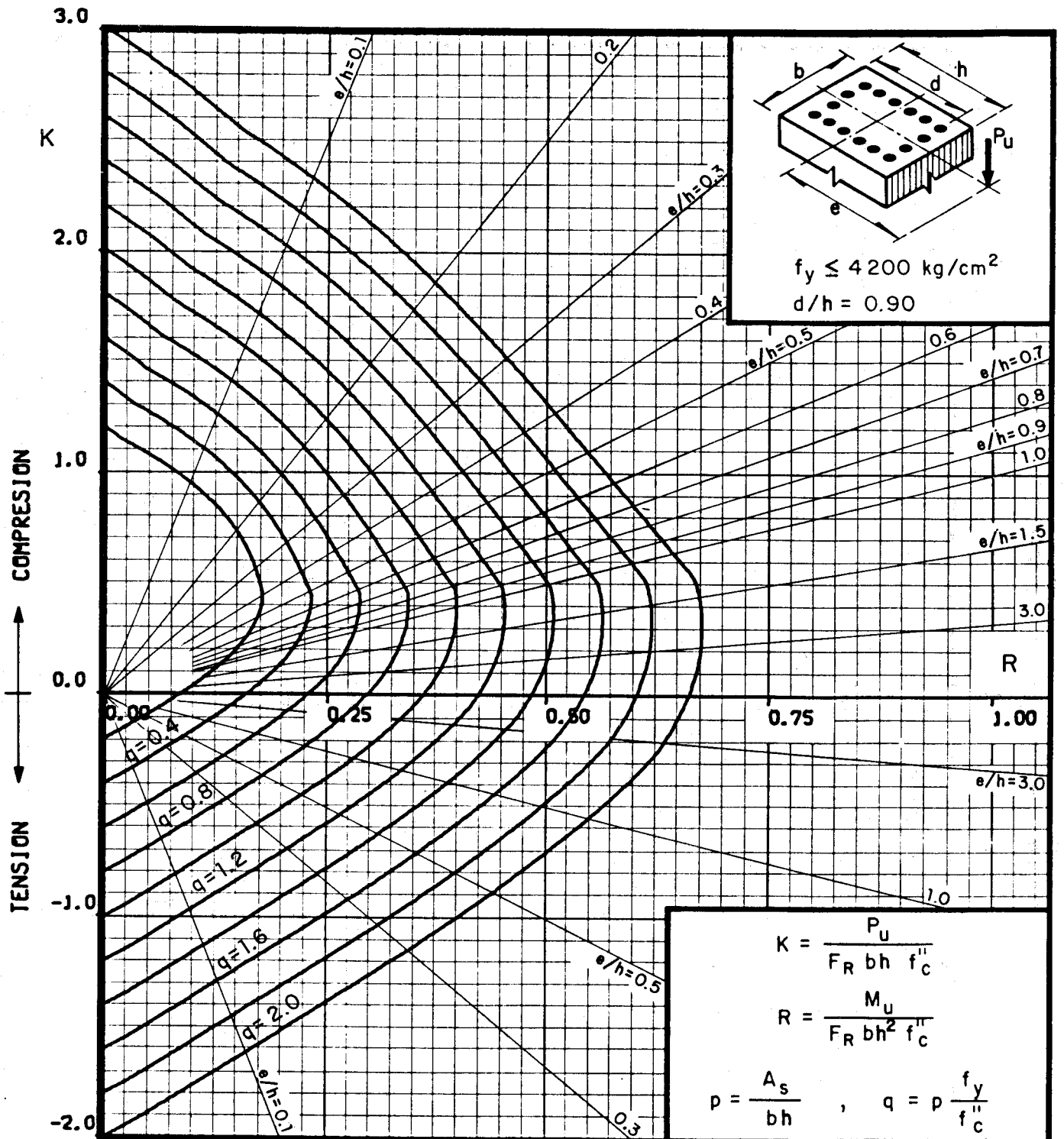
$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Fig 8



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Fig 9



$A_s$  = Area total de refuerzo

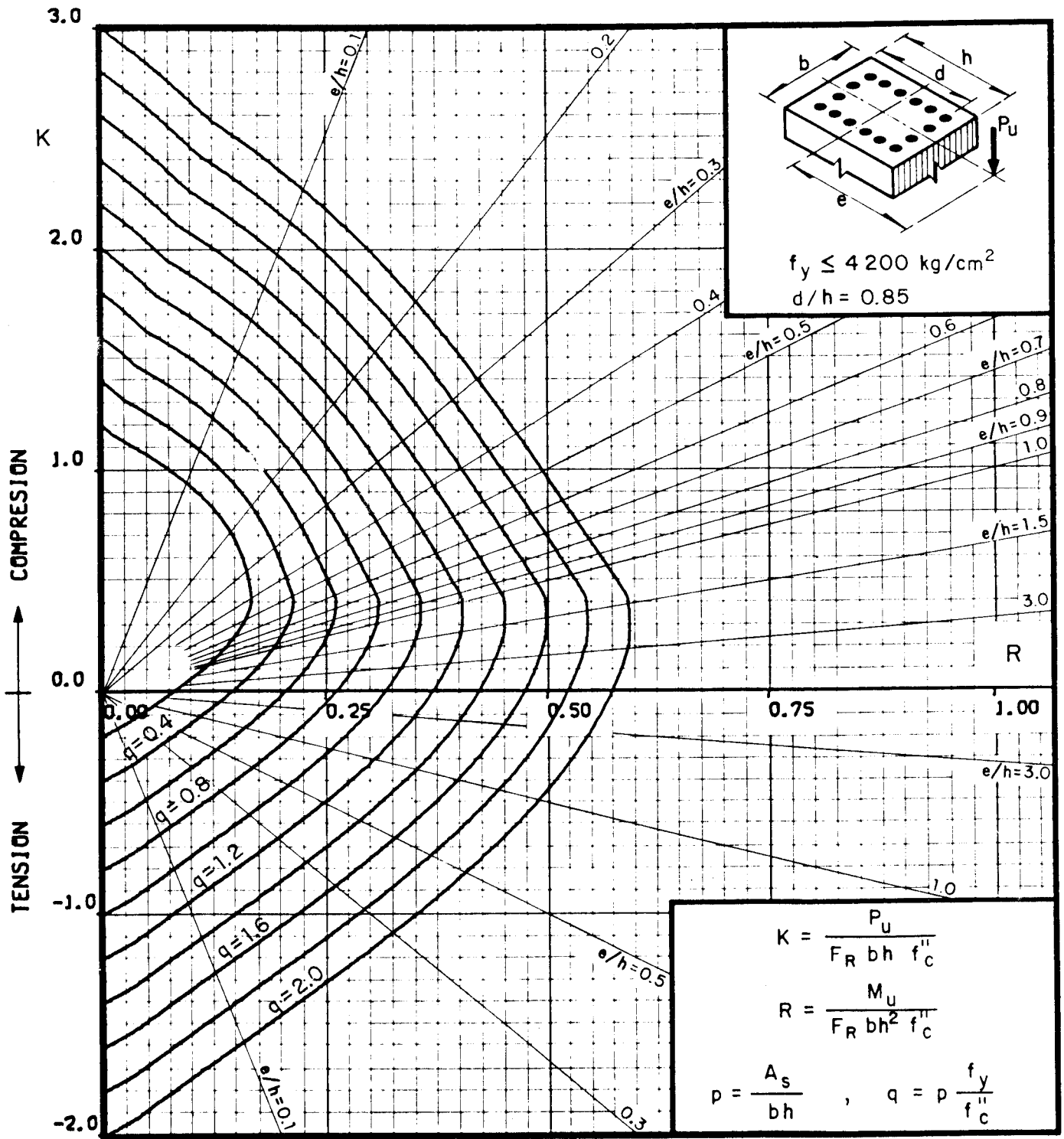
$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

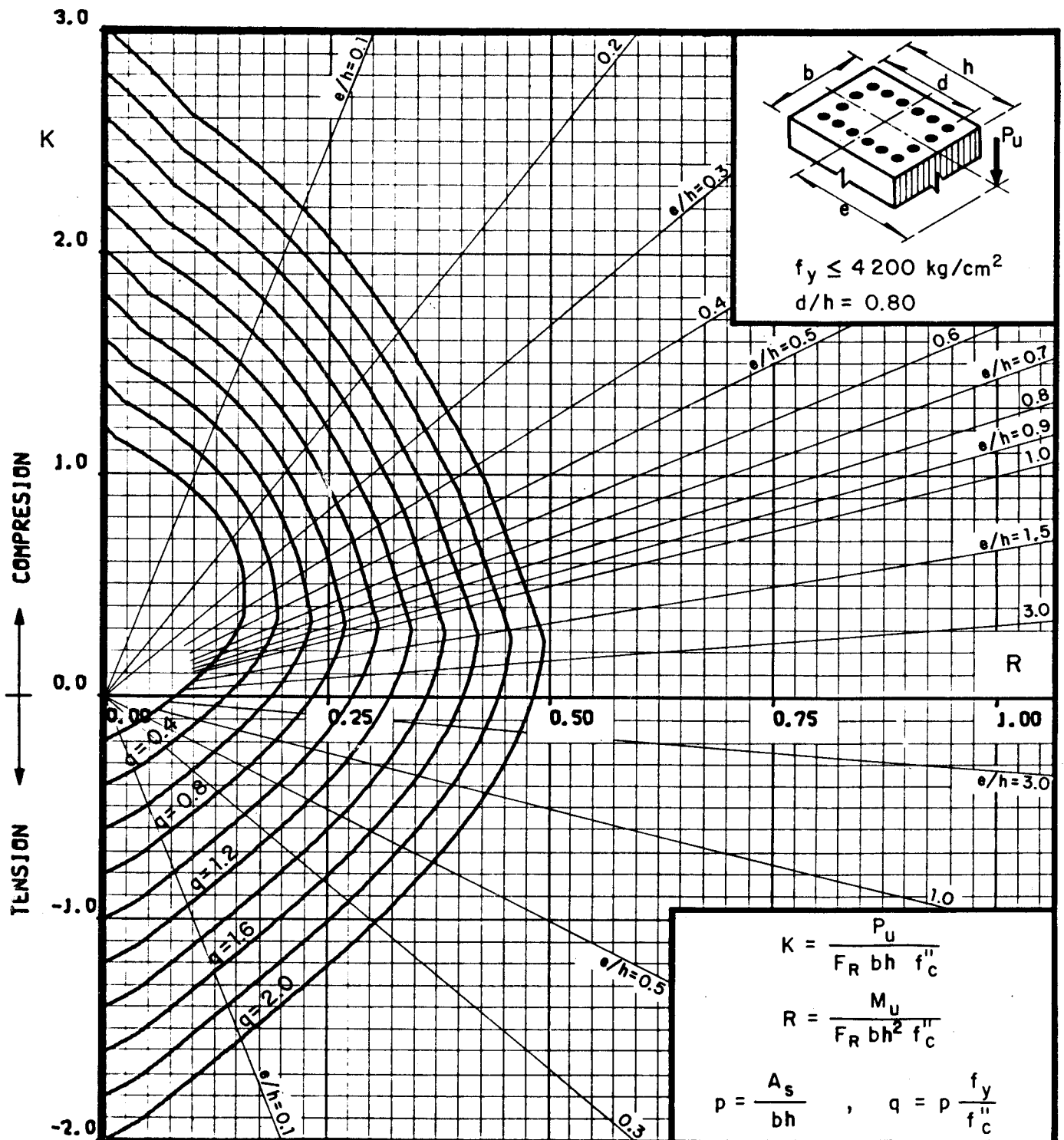
$M_u$  = Momento flexionante último

Fig 10



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f''_c = 0.85 f^*_c$ , si  $f^*_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{1400}) f^*_c$ , si  $f^*_c > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_U$  = Carga axial última  
 $M_U$  = Momento flexionante último

Fig 11



$A_s$  = Area total de refuerzo

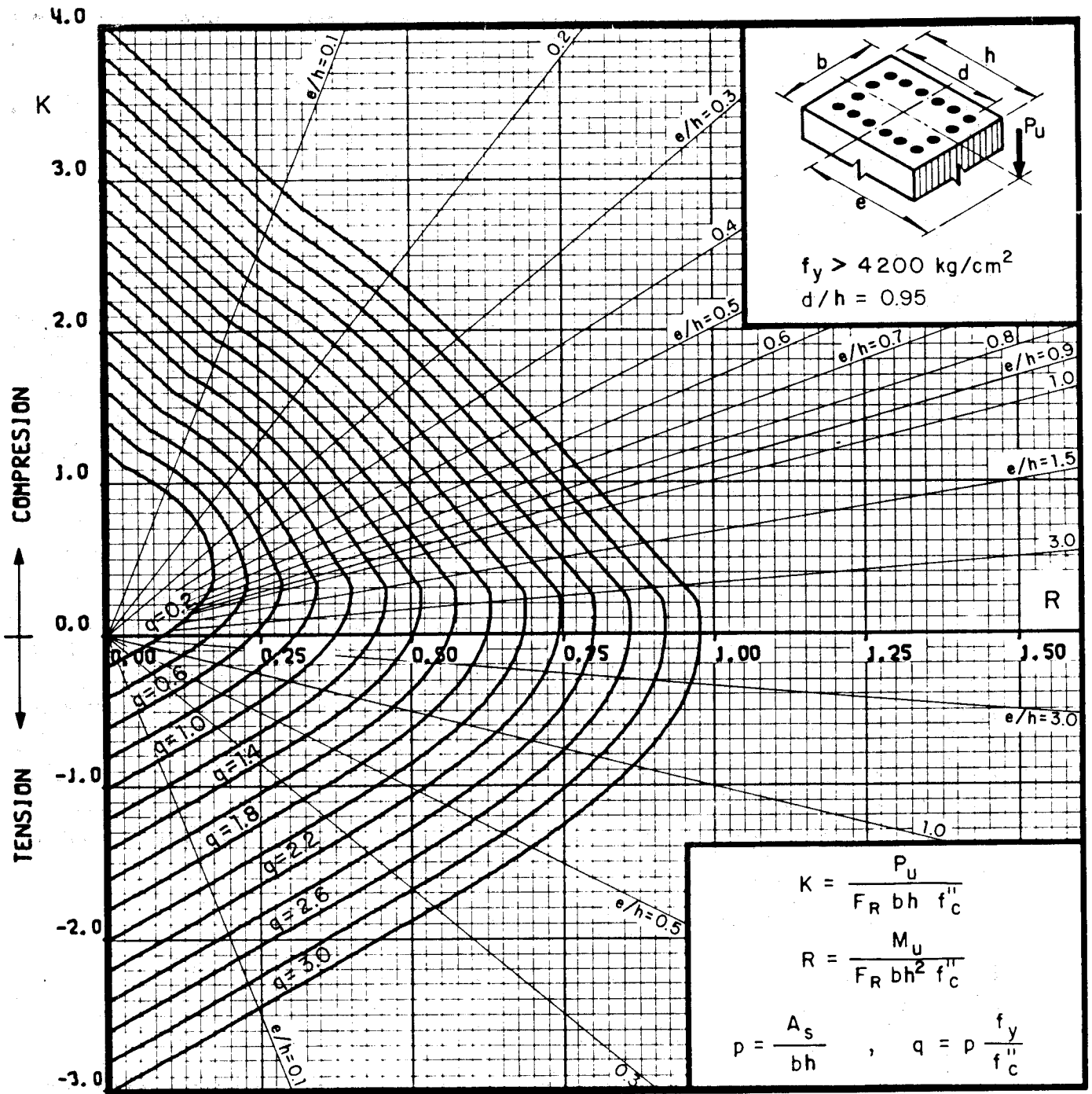
$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

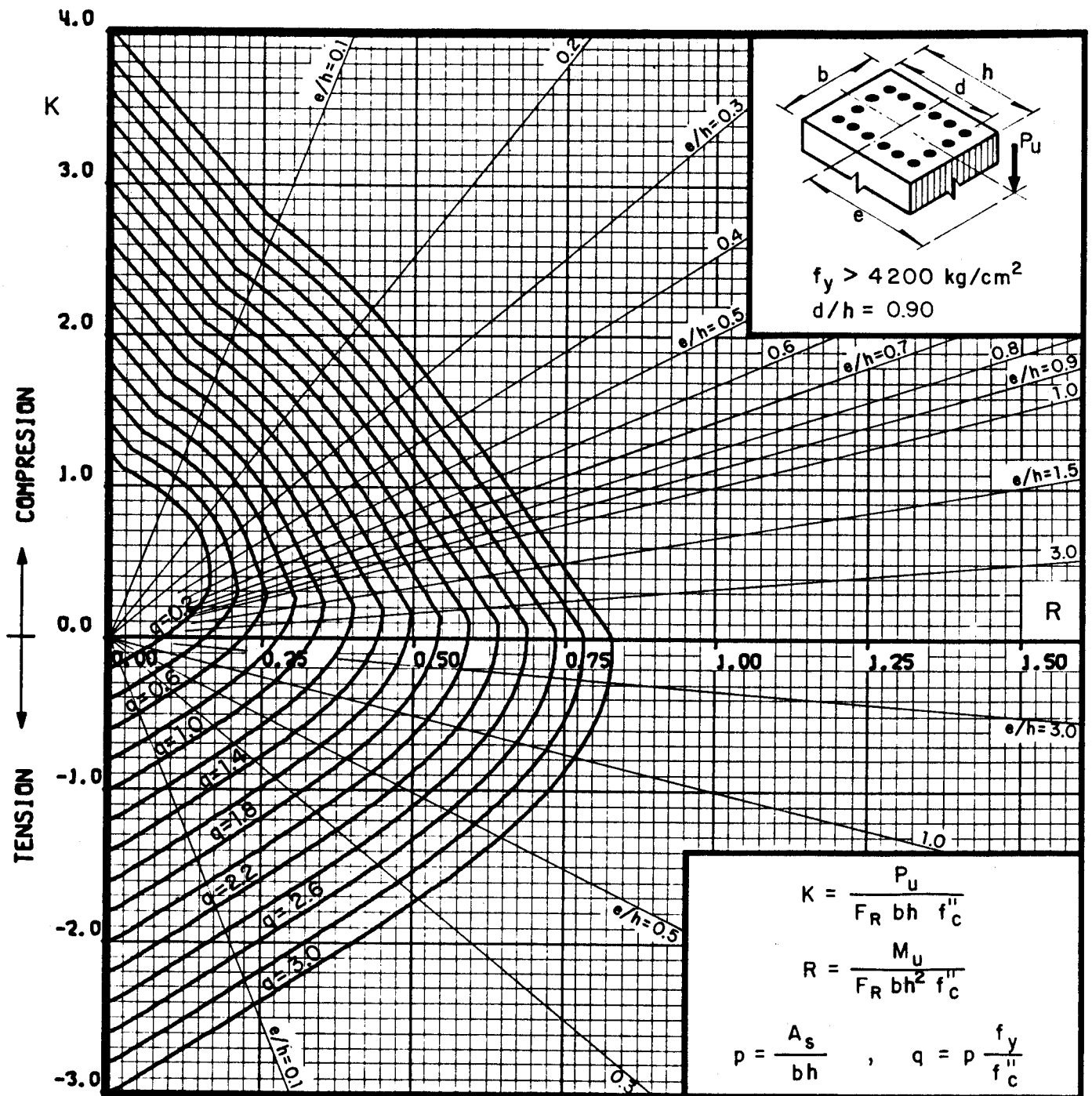
$M_u$  = Momento flexionante último

Fig 12



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Fig 13



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

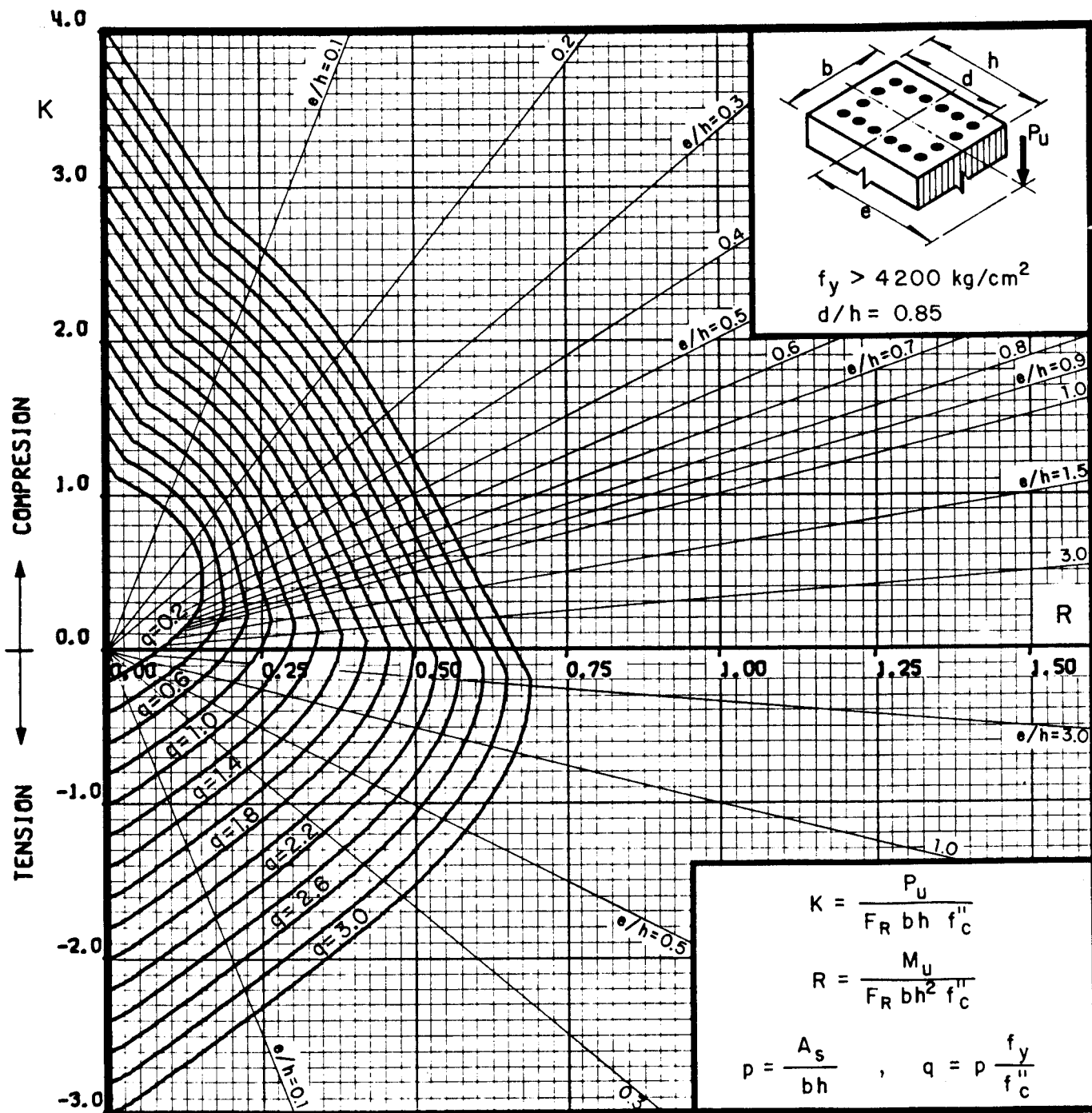
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_u$  = Momento flexionante último

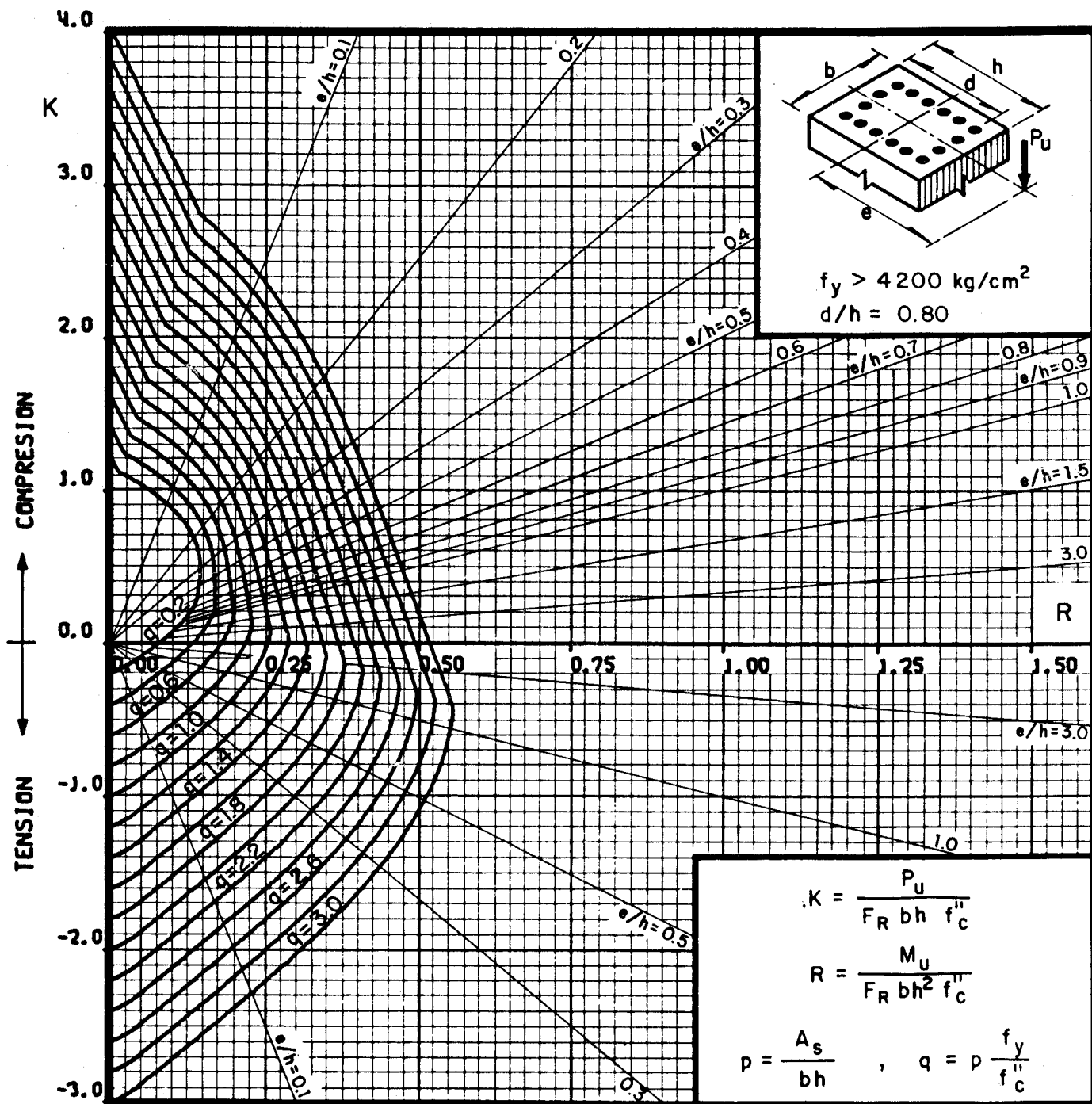
Fig 14





$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Fig 15



$A_s$  = Area total de refuerzo

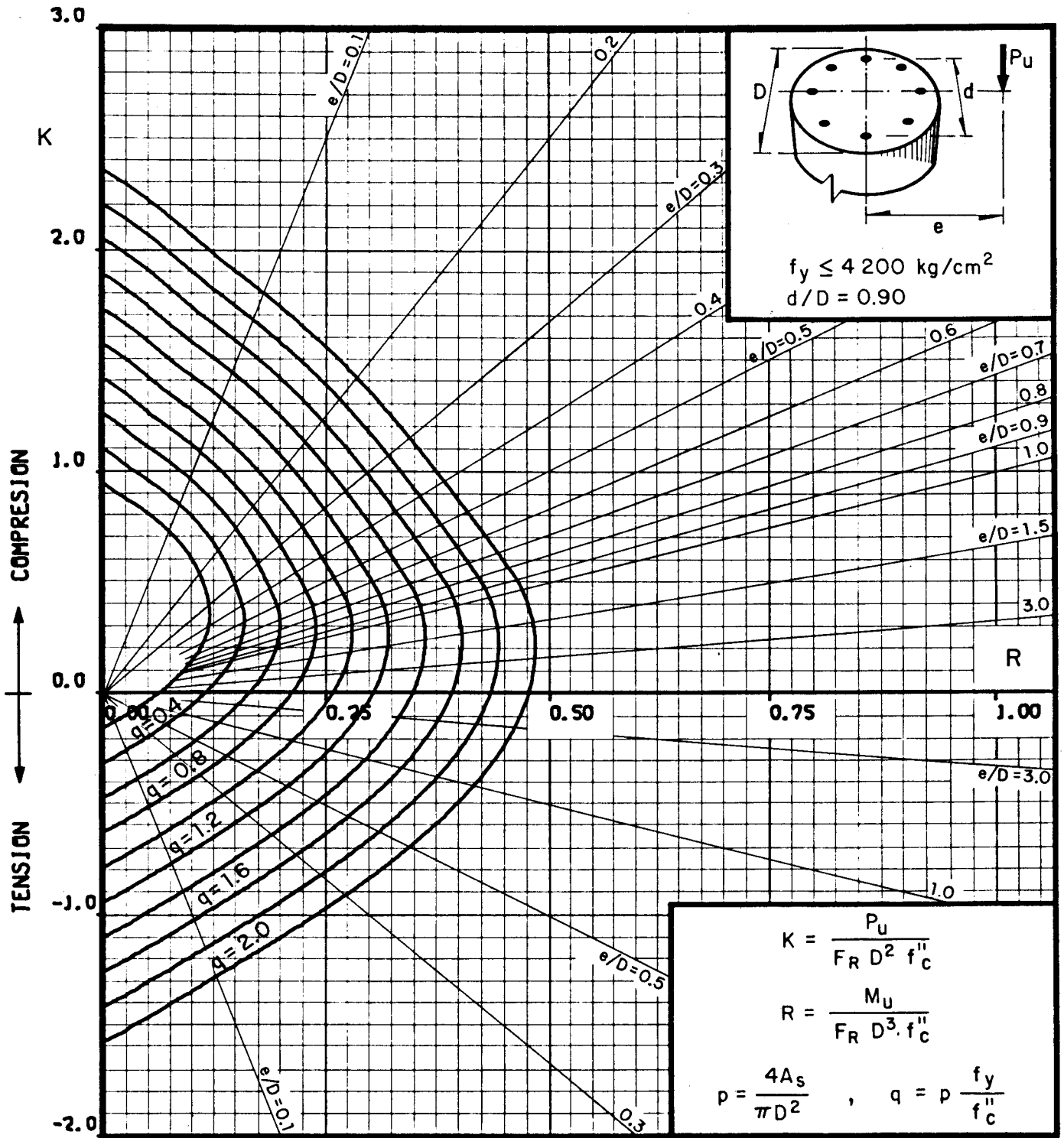
$f''_c = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f''_c = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

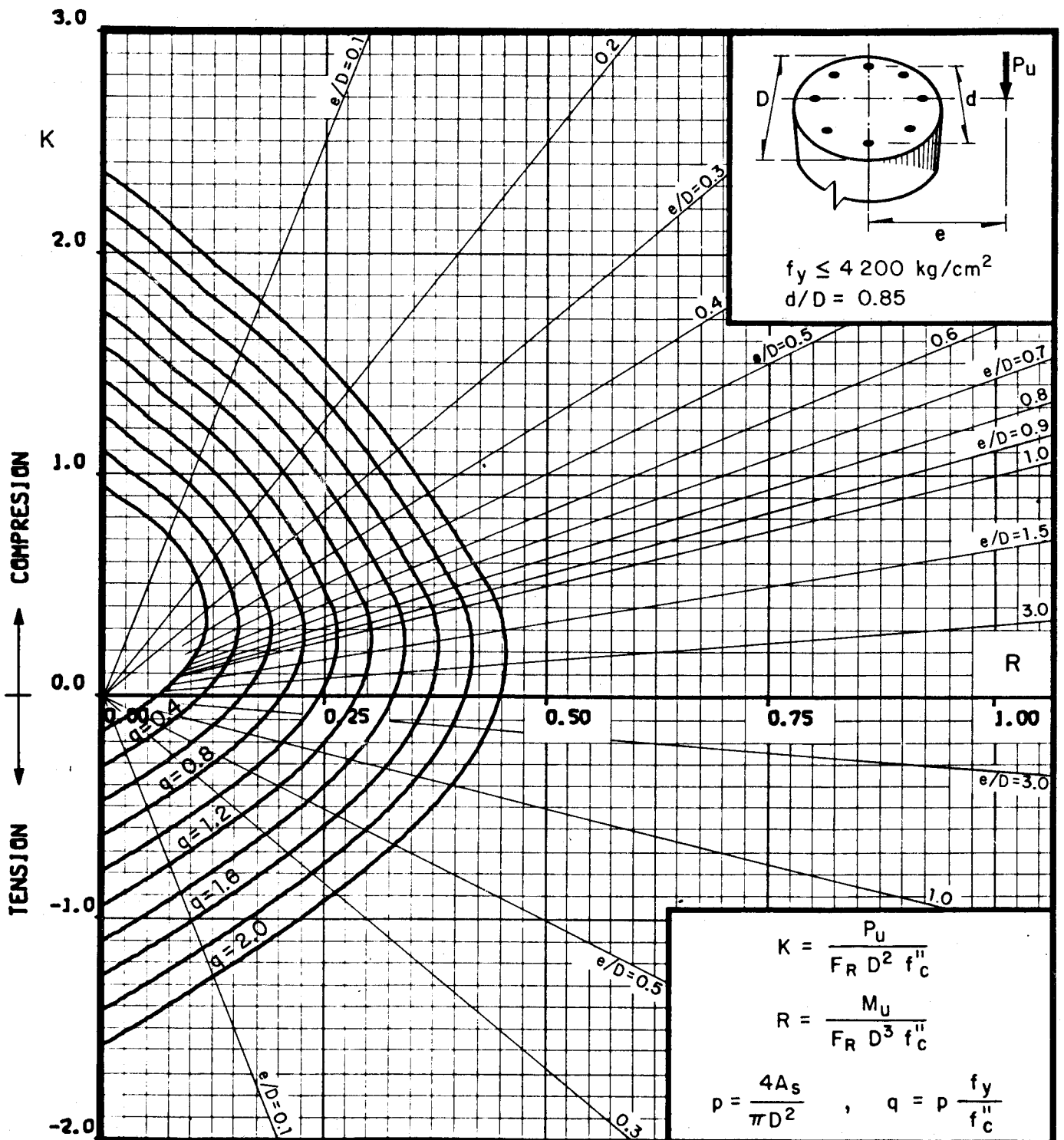
$M_u$  = Momento flexionante último

Fig 16



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Fig 17



$A_s$  = Area total de refuerzo

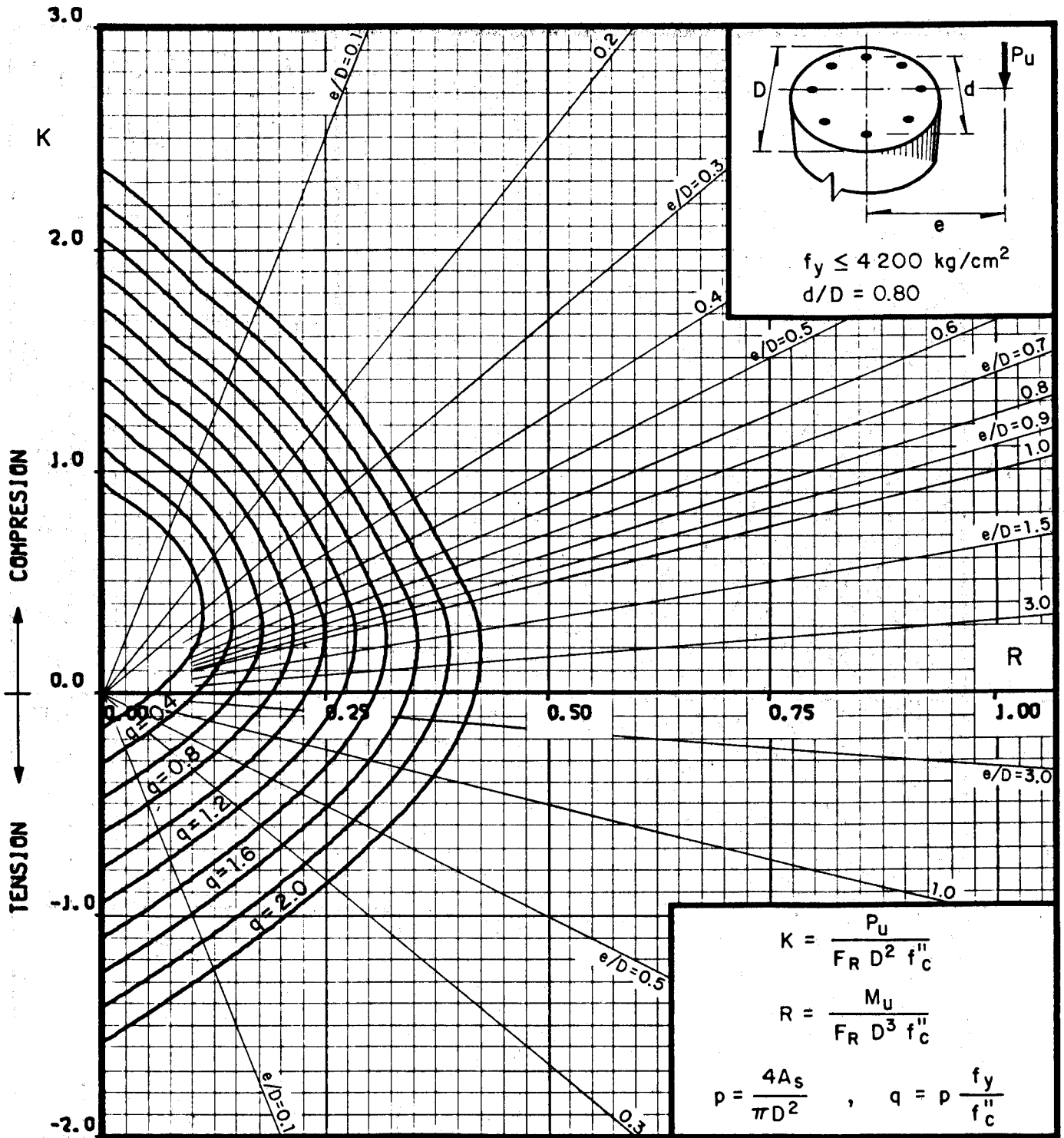
$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

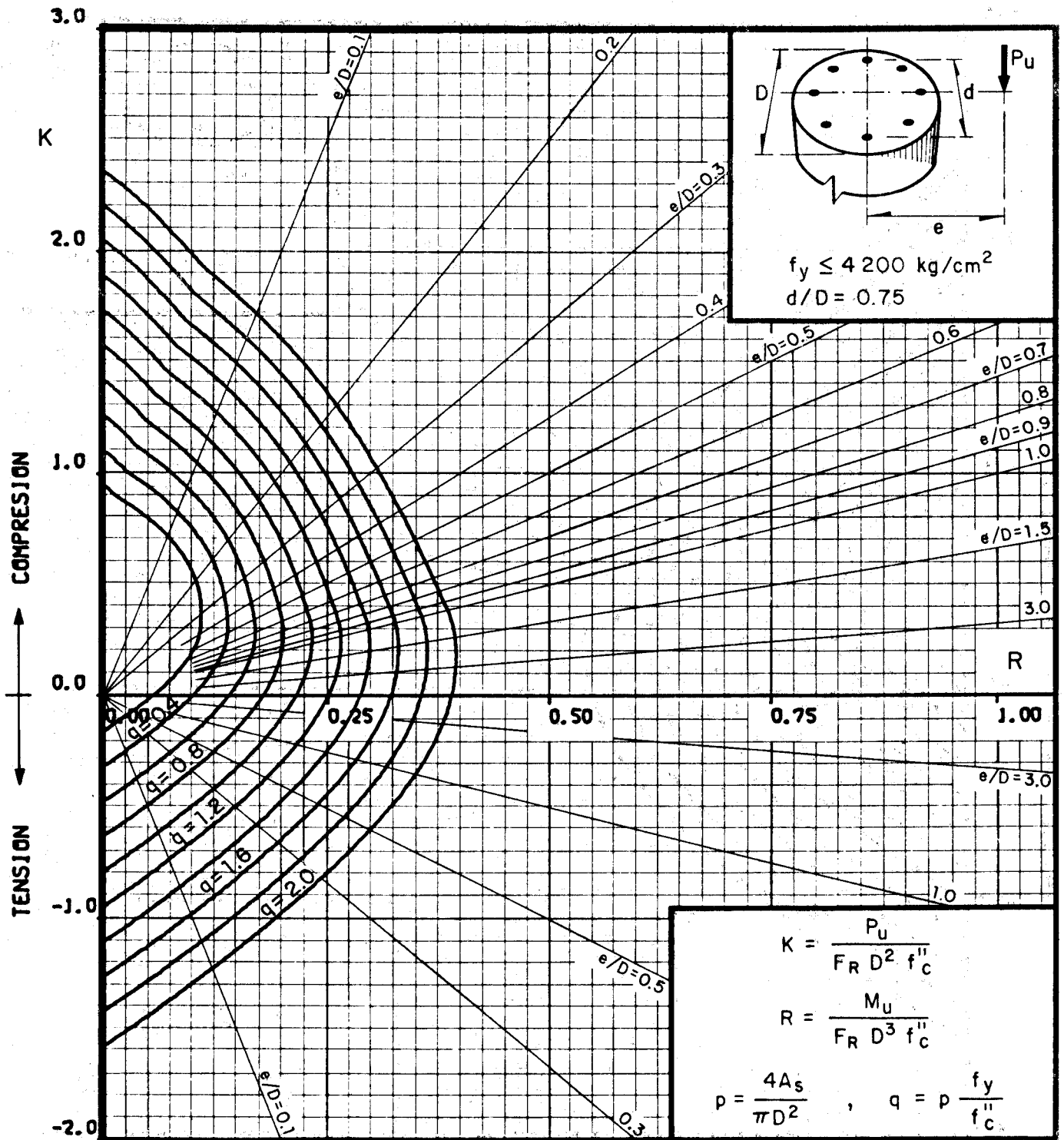
$M_u$  = Momento flexionante último

Fig 18



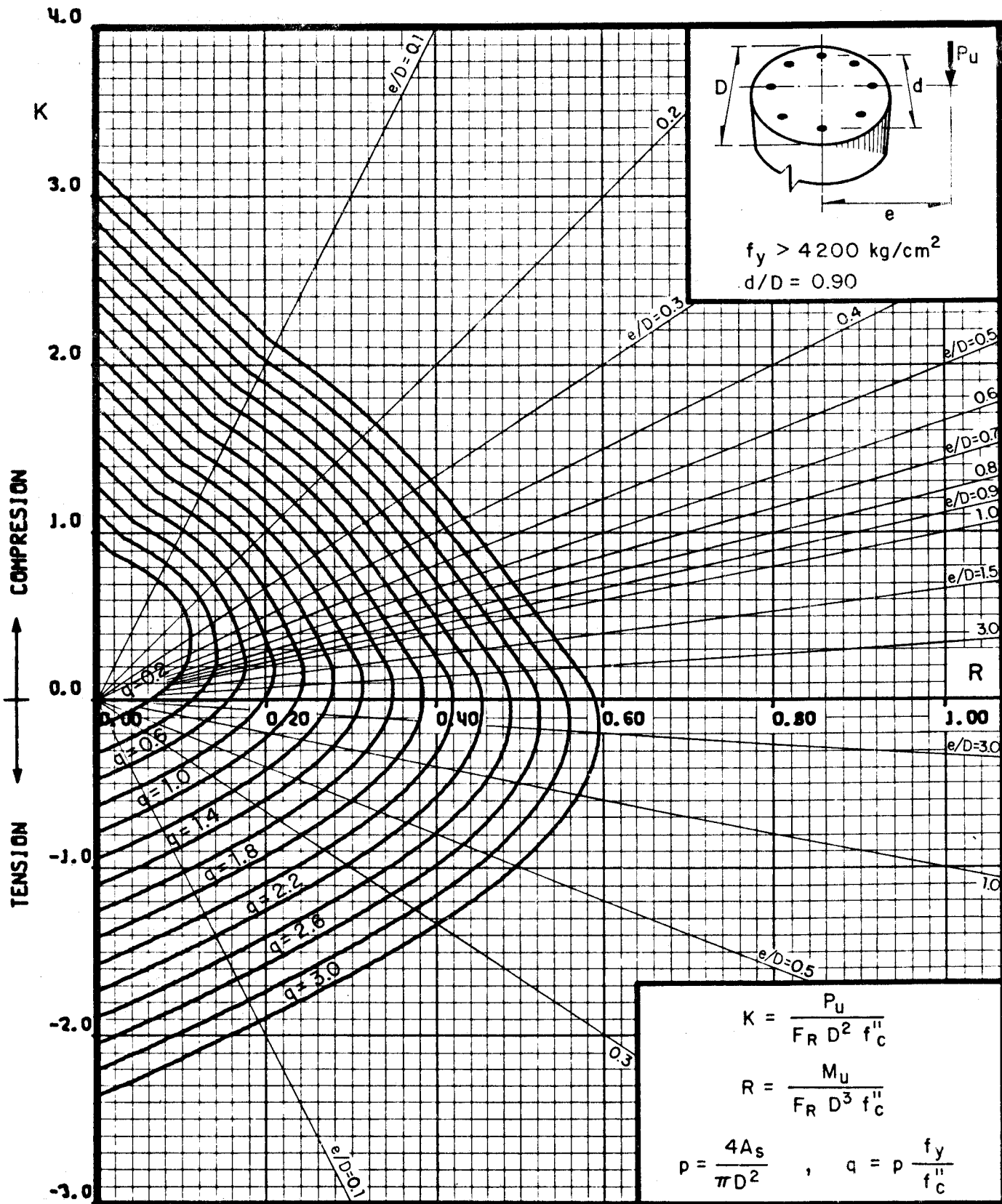
$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f''_c = 0.85 f^*_c$ , si  $f^*_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f''_c = (1.05 - \frac{f^*_c}{1400}) f^*_c$ , si  $f^*_c > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_U$  = Carga axial última  
 $M_U$  = Momento flexionante último

Fig 19

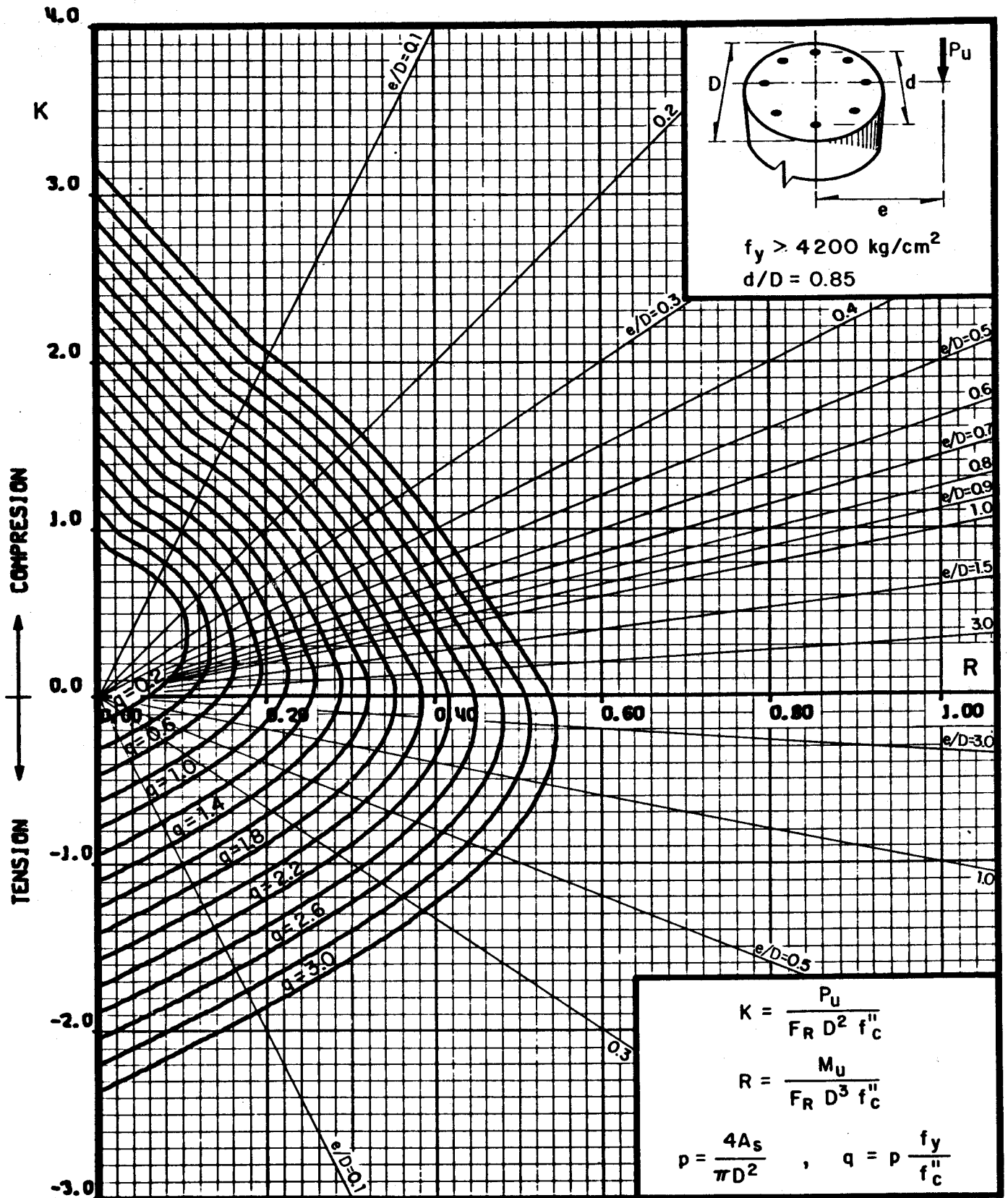


$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f'_c = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f'_c = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Fig 20



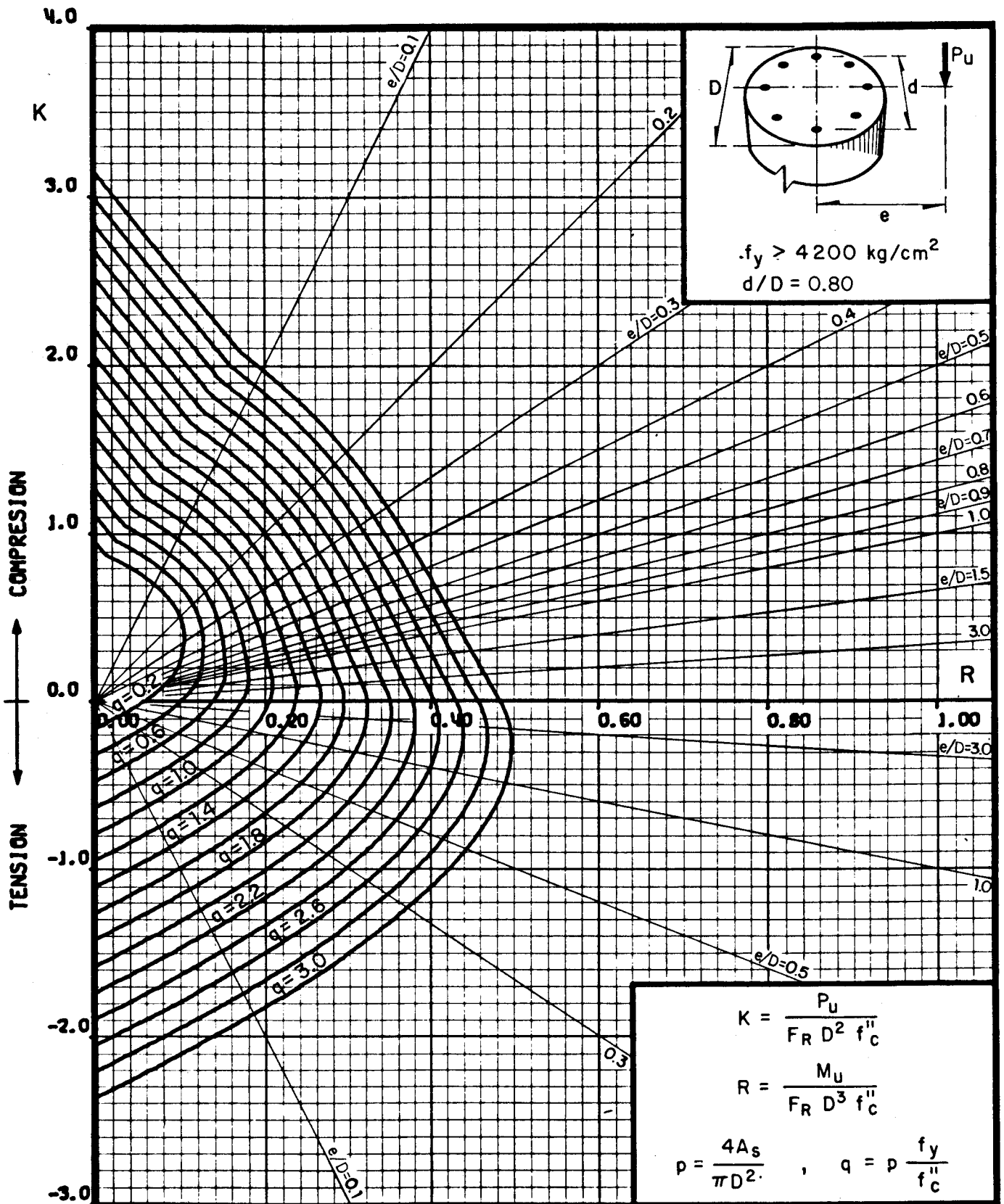
$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Fig 22





$A_s$  = Area total de refuerzo

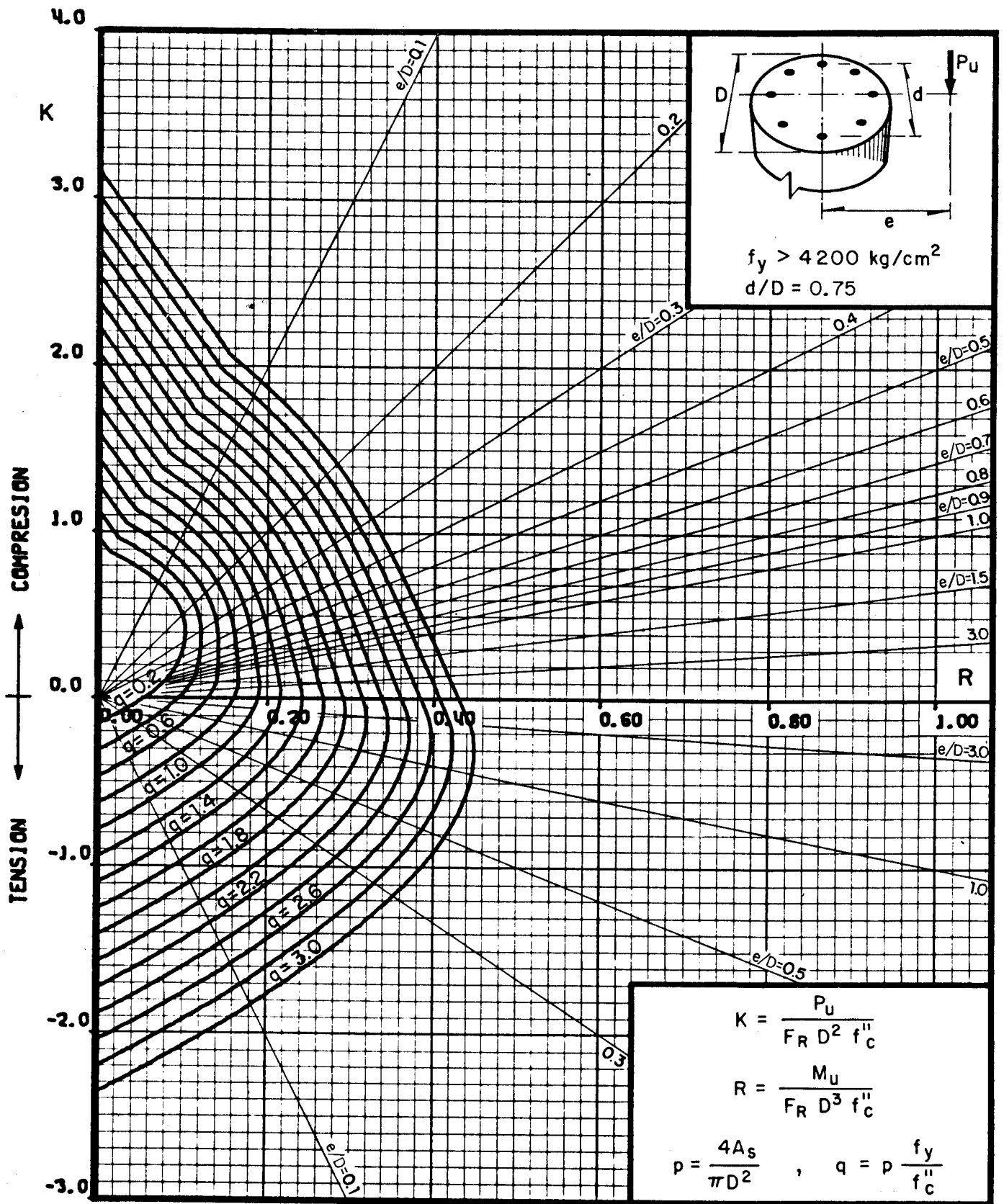
$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

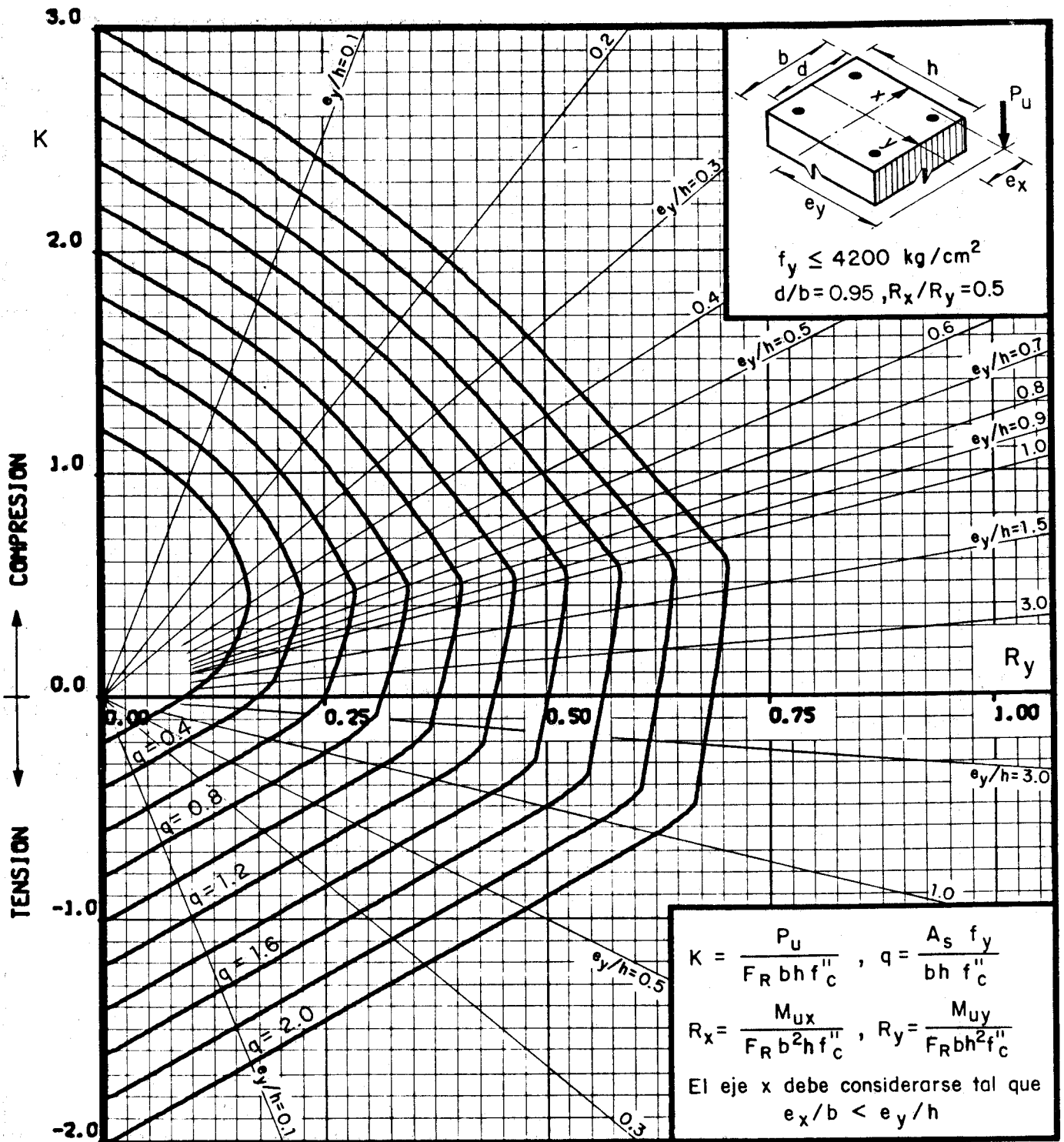
$M_u$  = Momento flexionante último

Fig 23



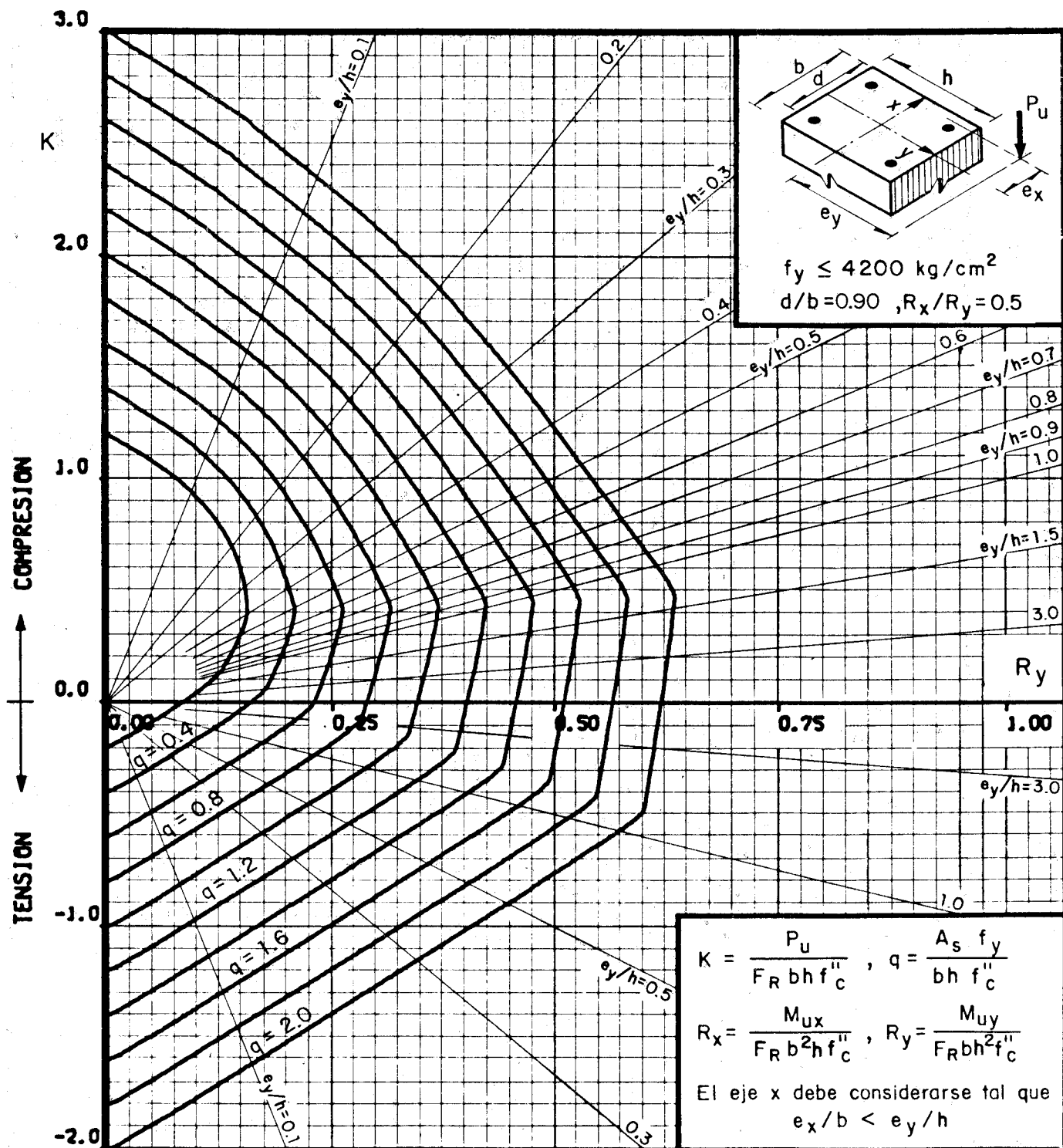
$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Fig 24



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 25



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

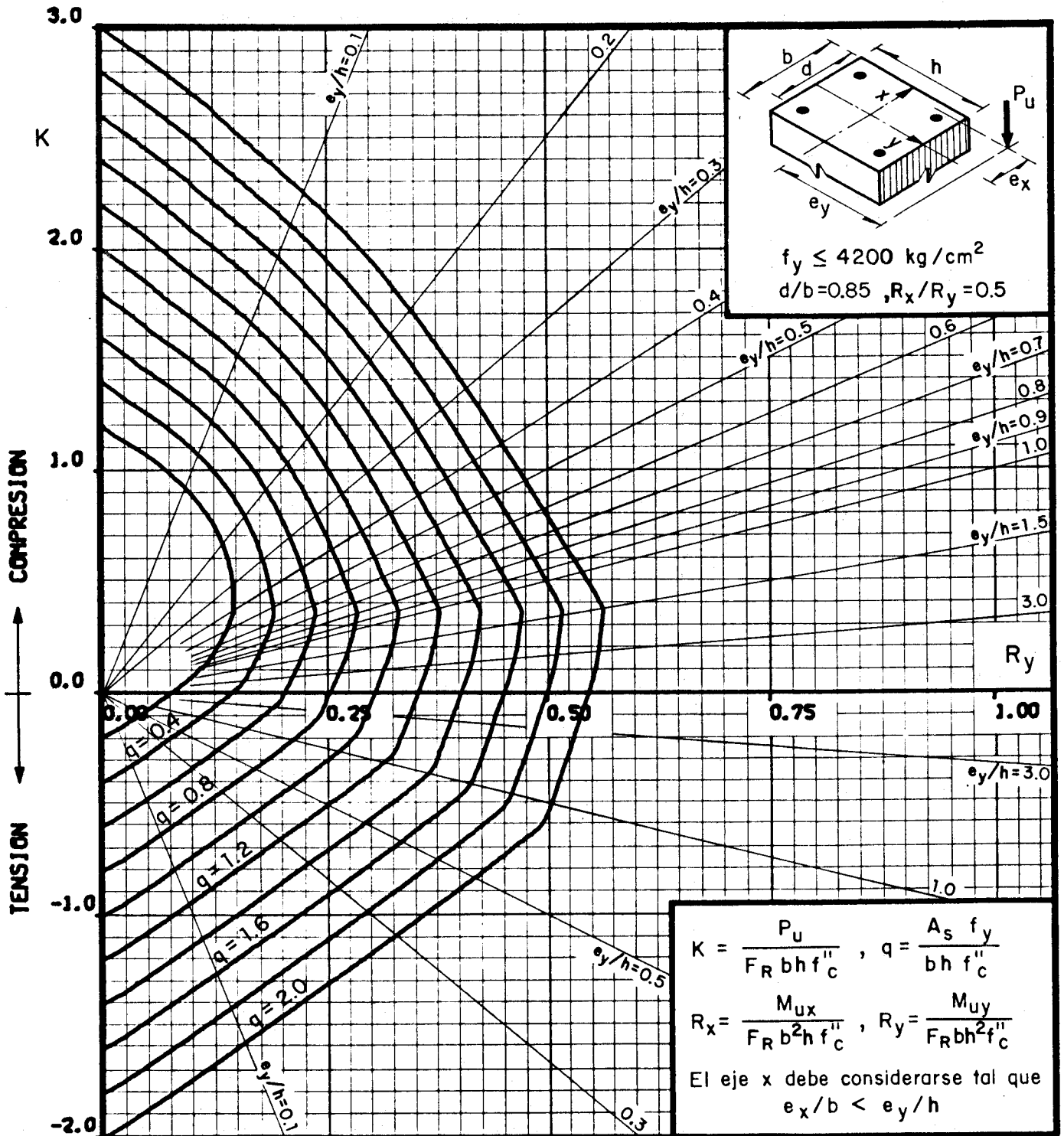
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_U$  = Carga axial última

$M_{Uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_U \cdot e_y$

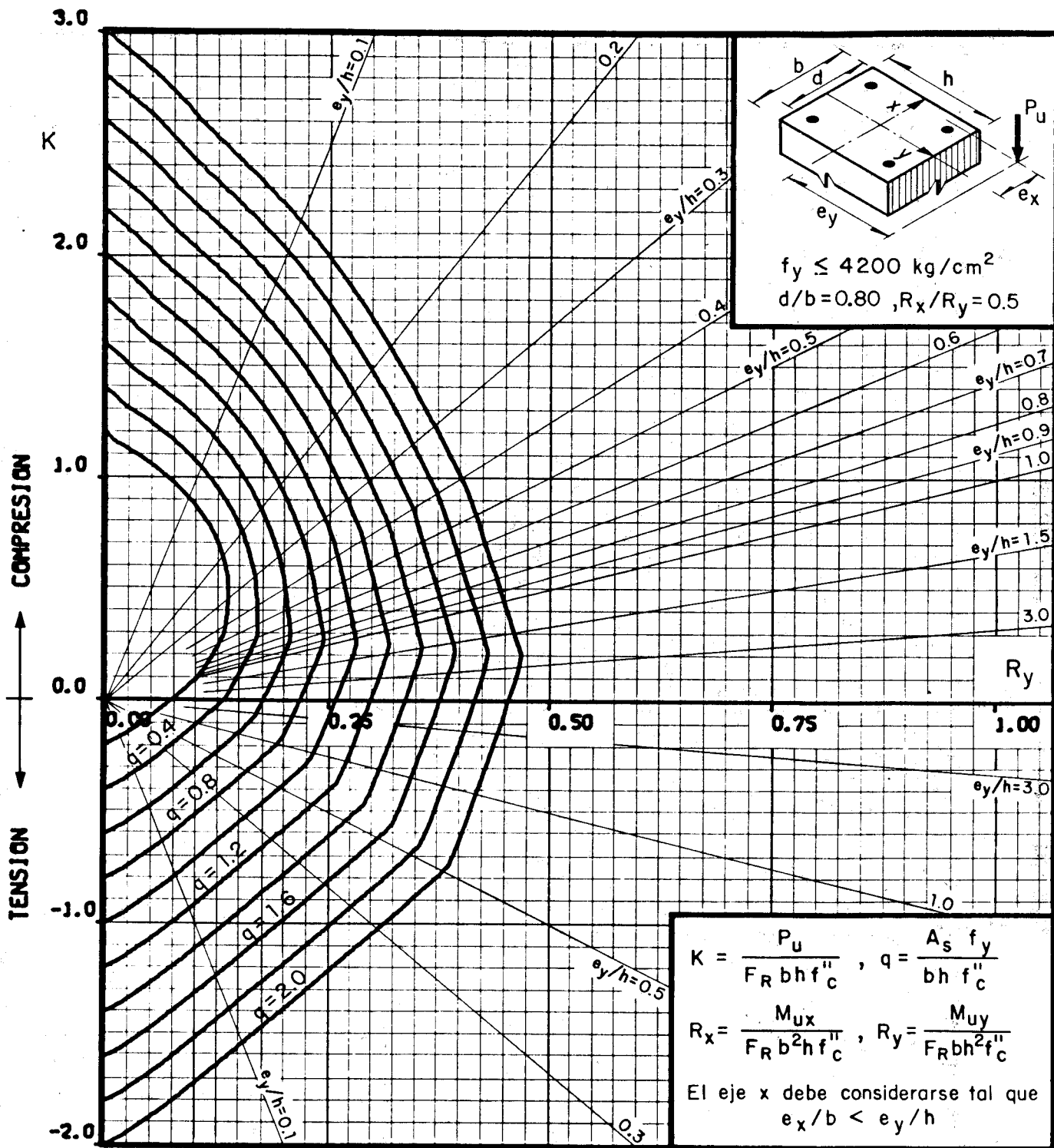
$M_{Ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_U \cdot e_x$

Fig 26



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 27



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

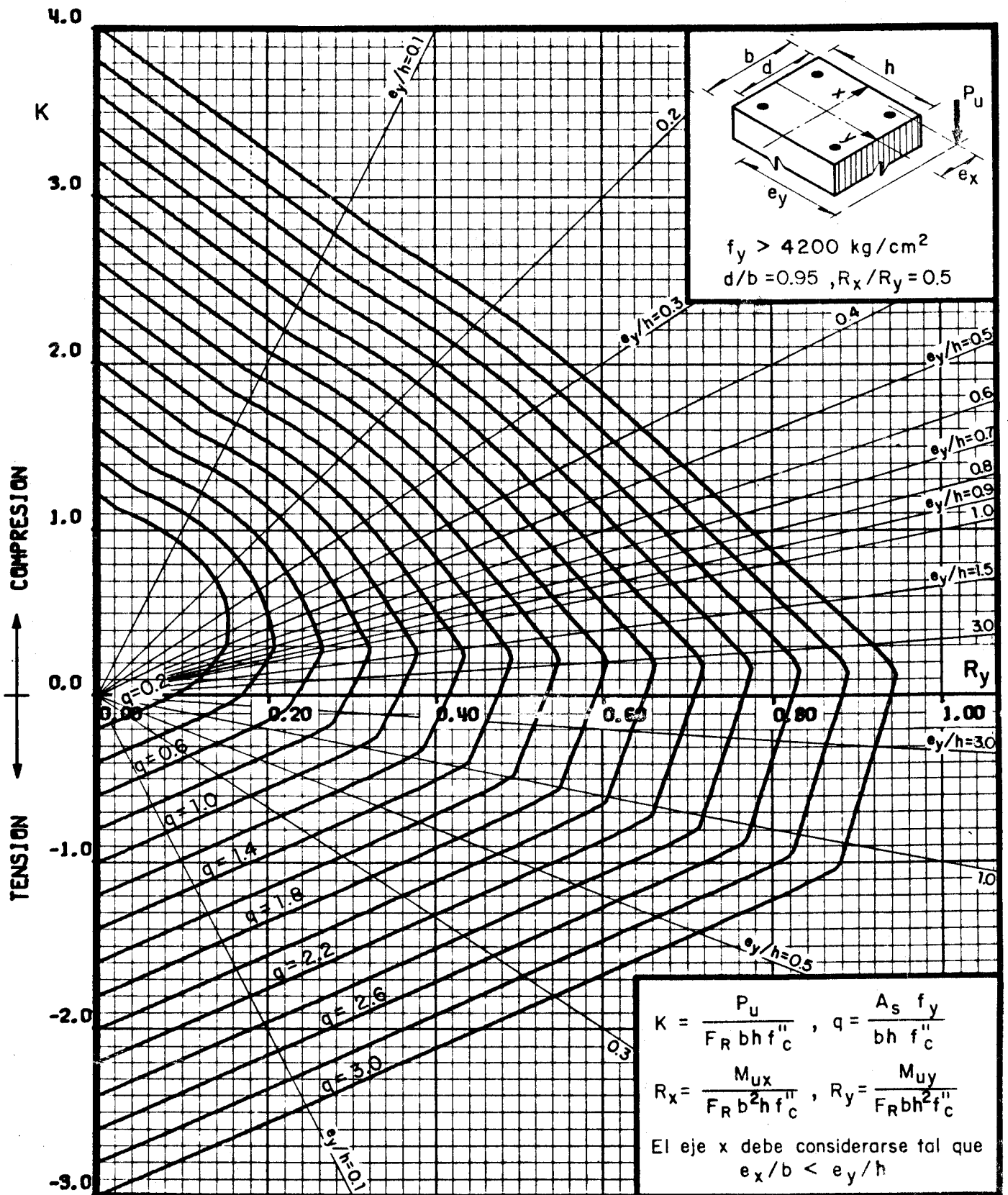
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 28



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

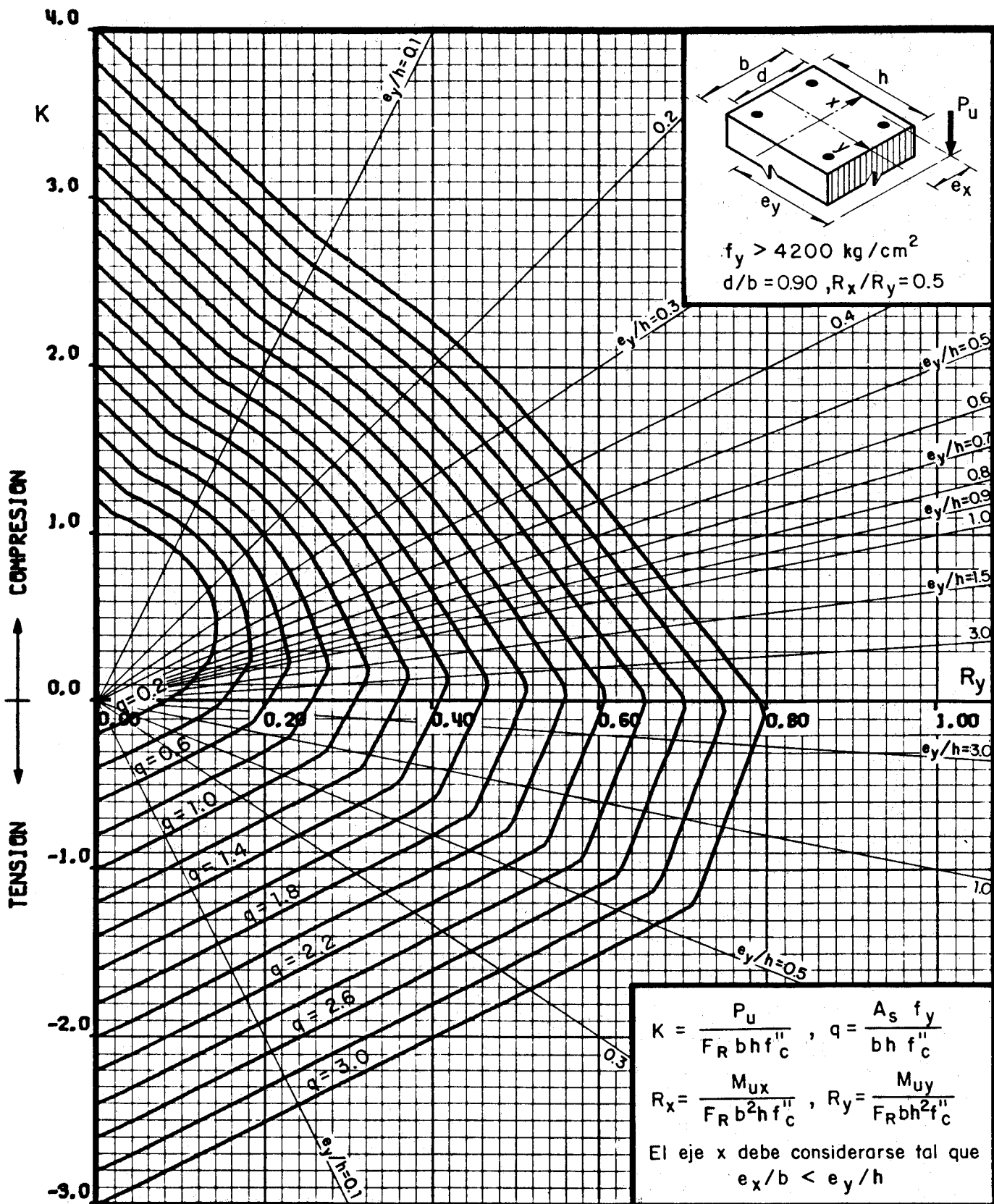
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 29



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

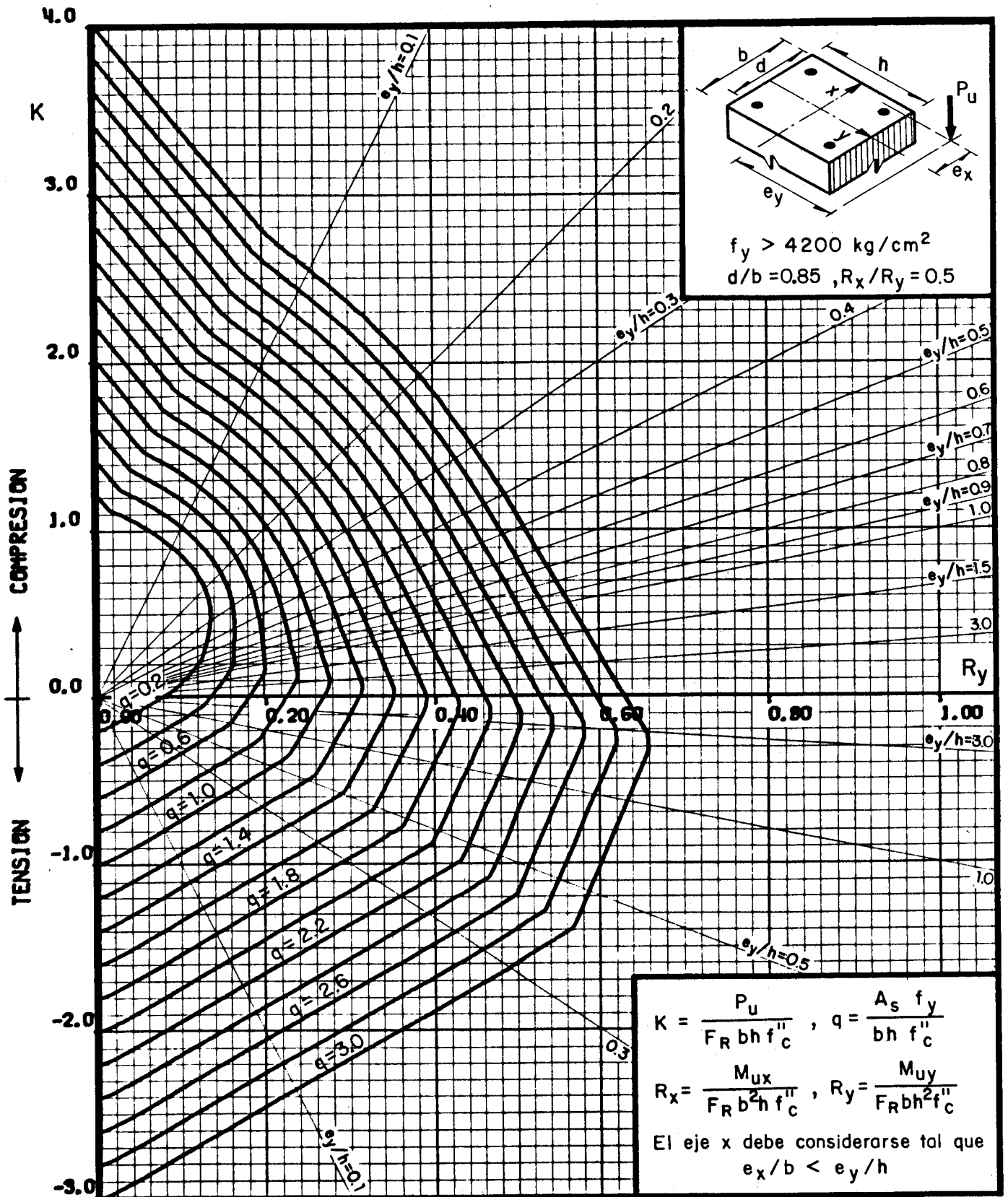
$P_u$  = Carga axial última

$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

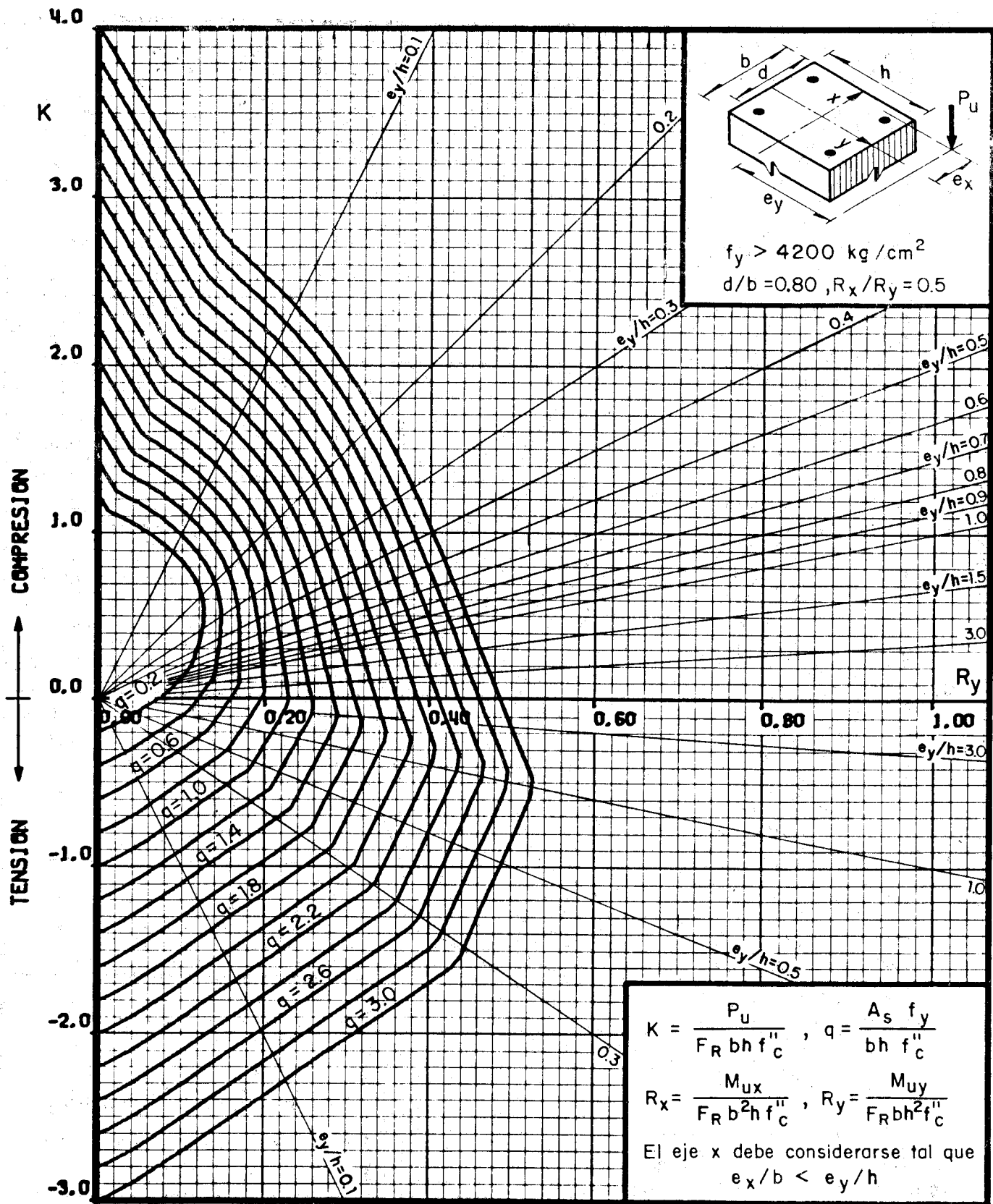
Fig 30





$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$  , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$  ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$  , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 31



$A_s$  = Area total de refuerzo

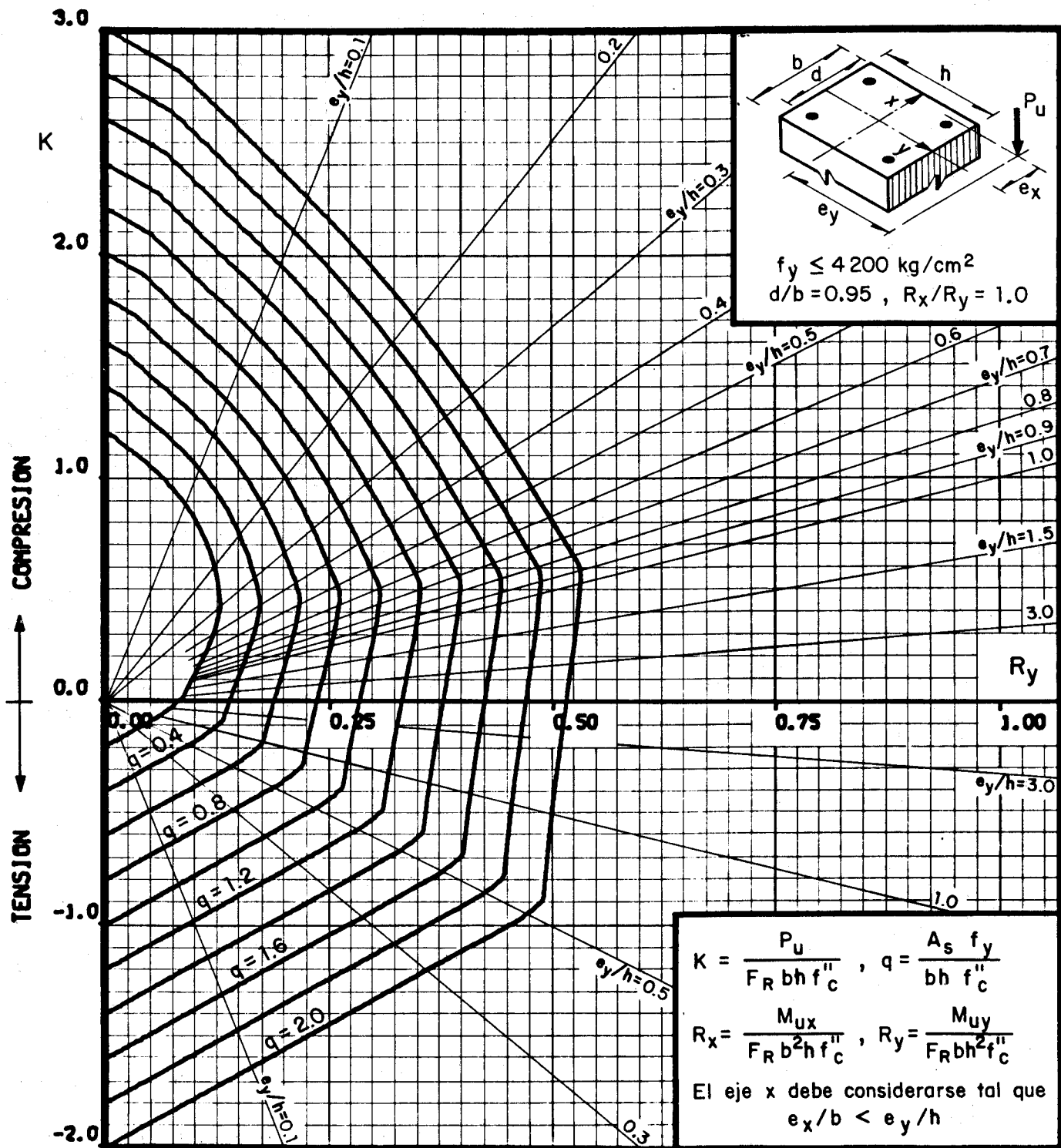
$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

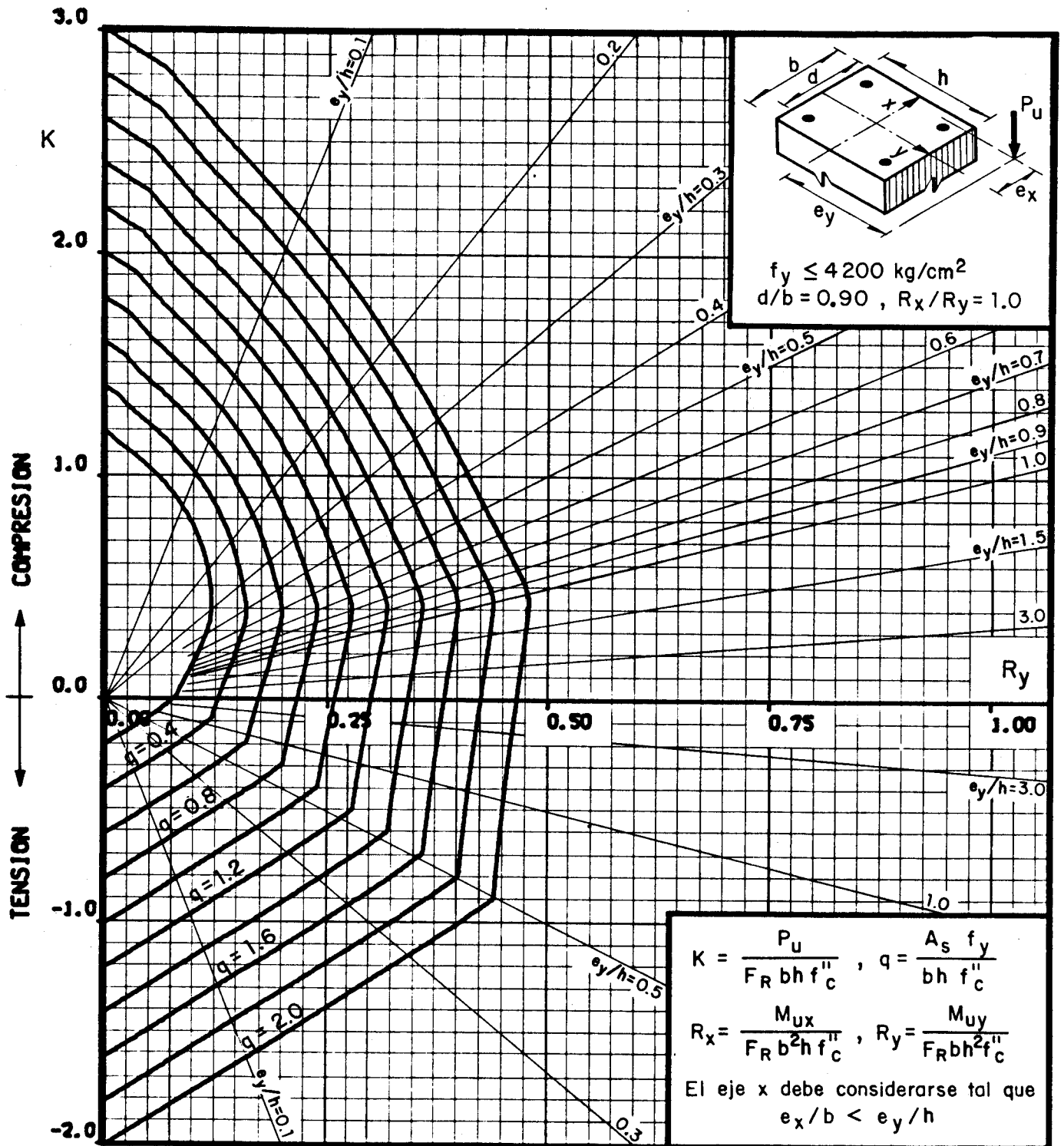
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 33



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

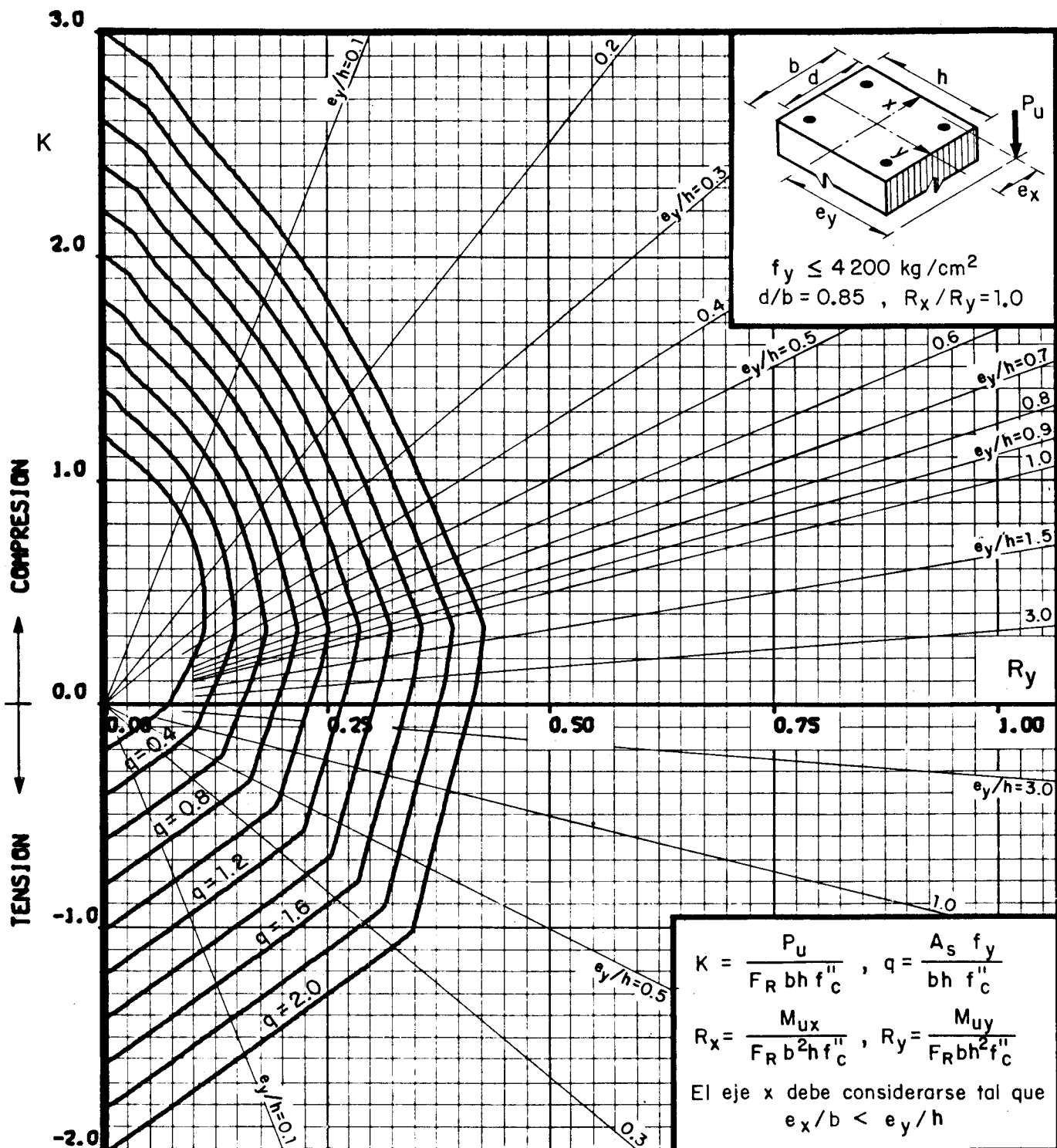
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 34



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

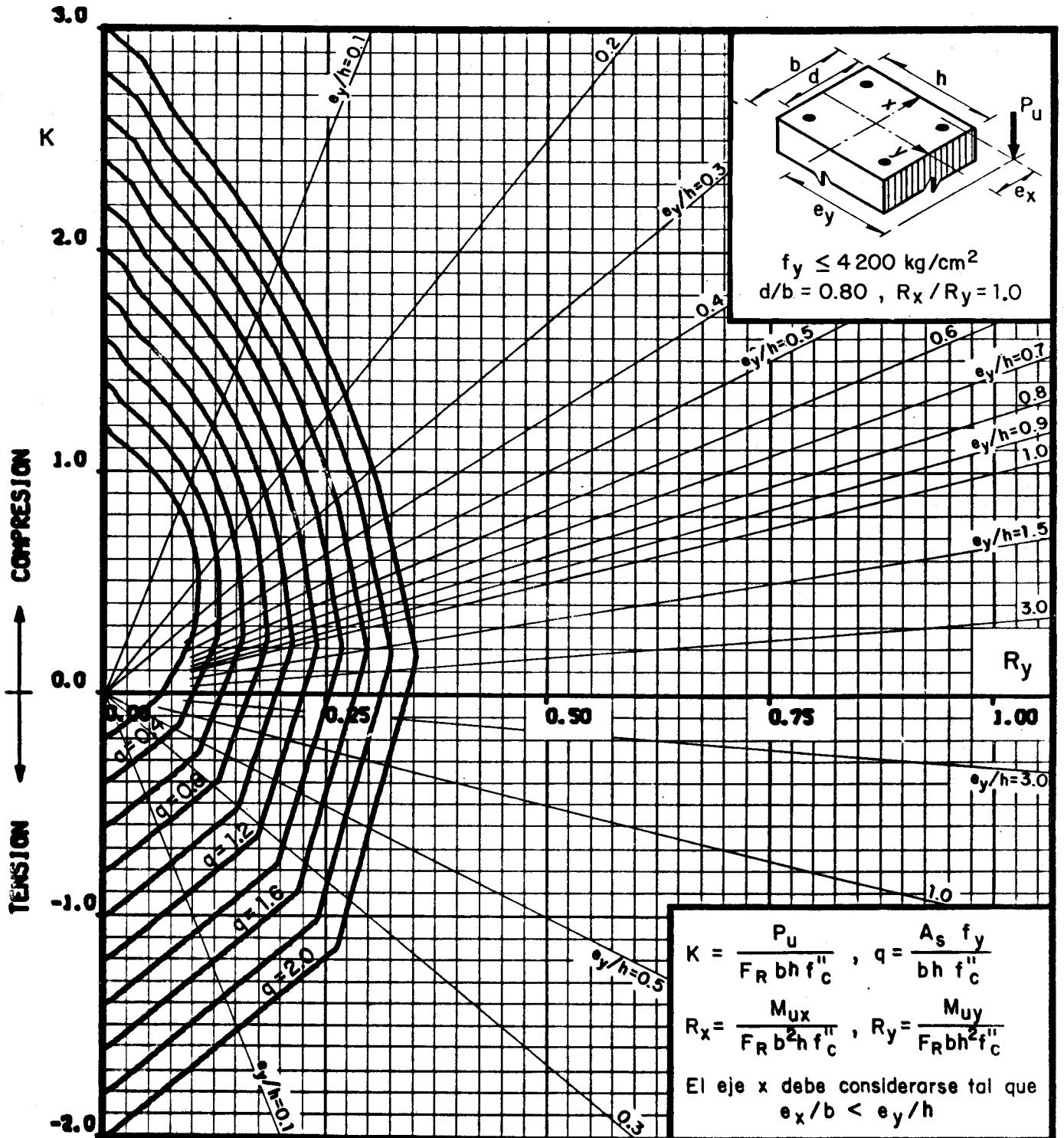
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 35



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

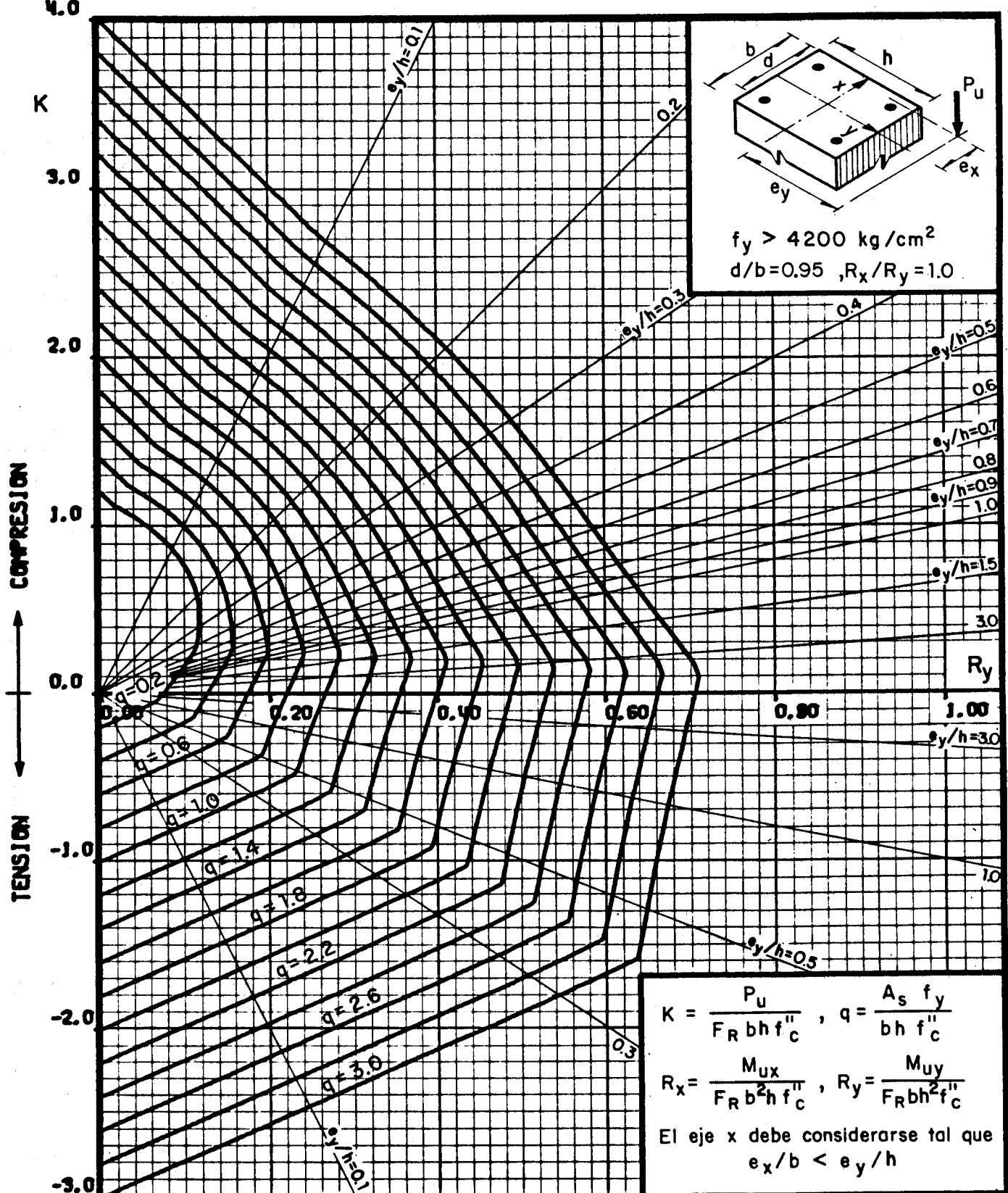
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

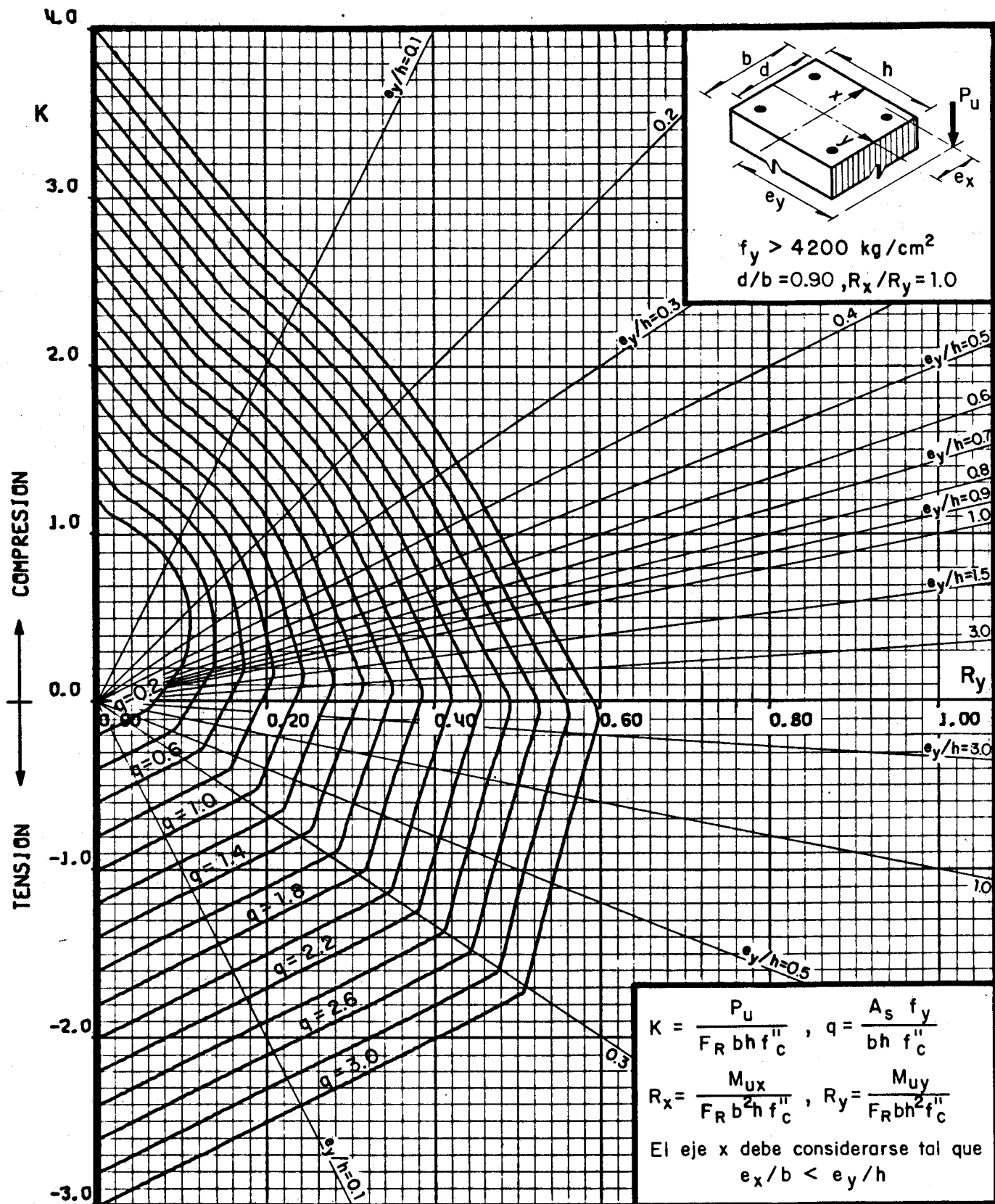
$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 36



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 37

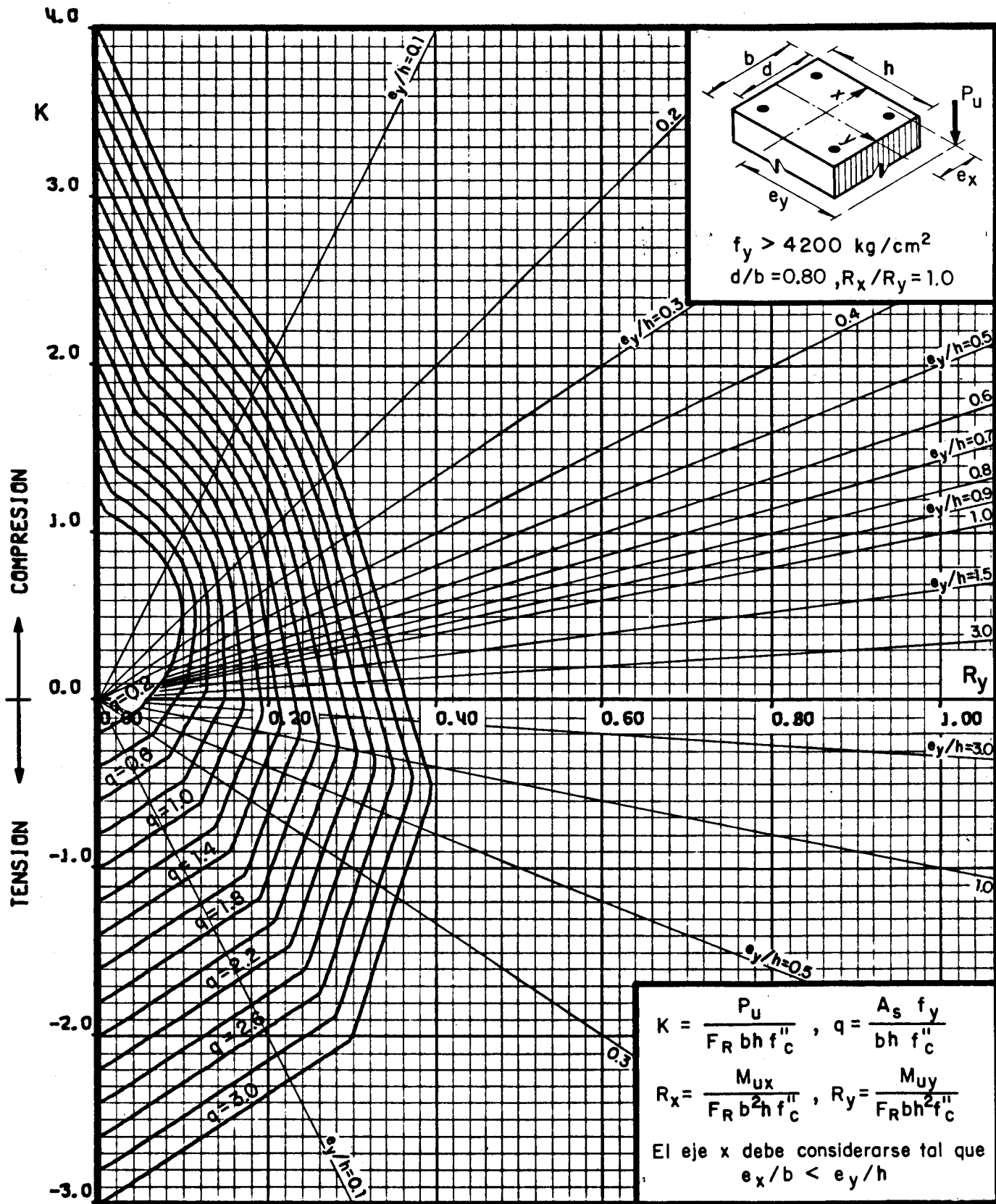


$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 38







$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

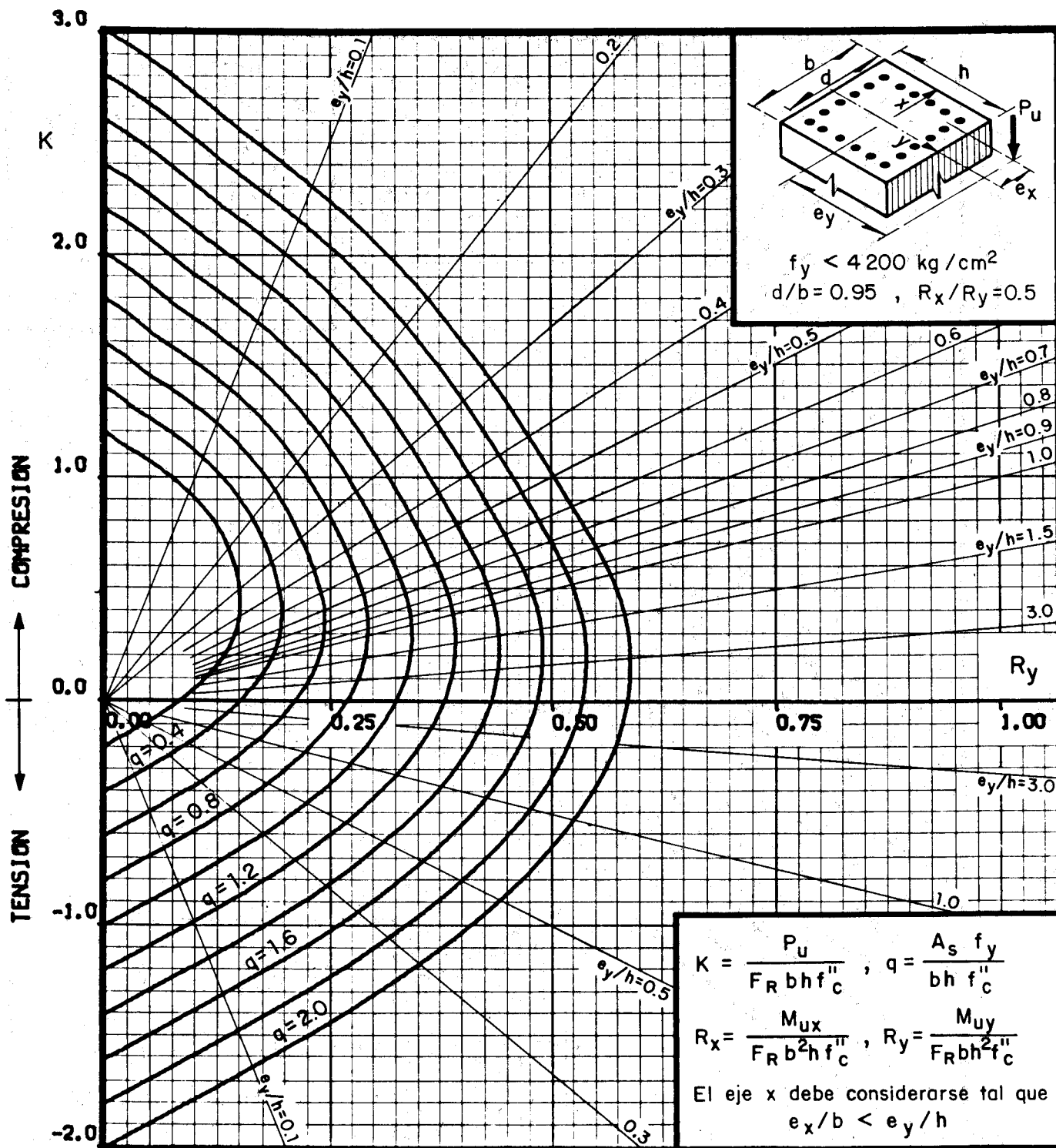
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 40



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

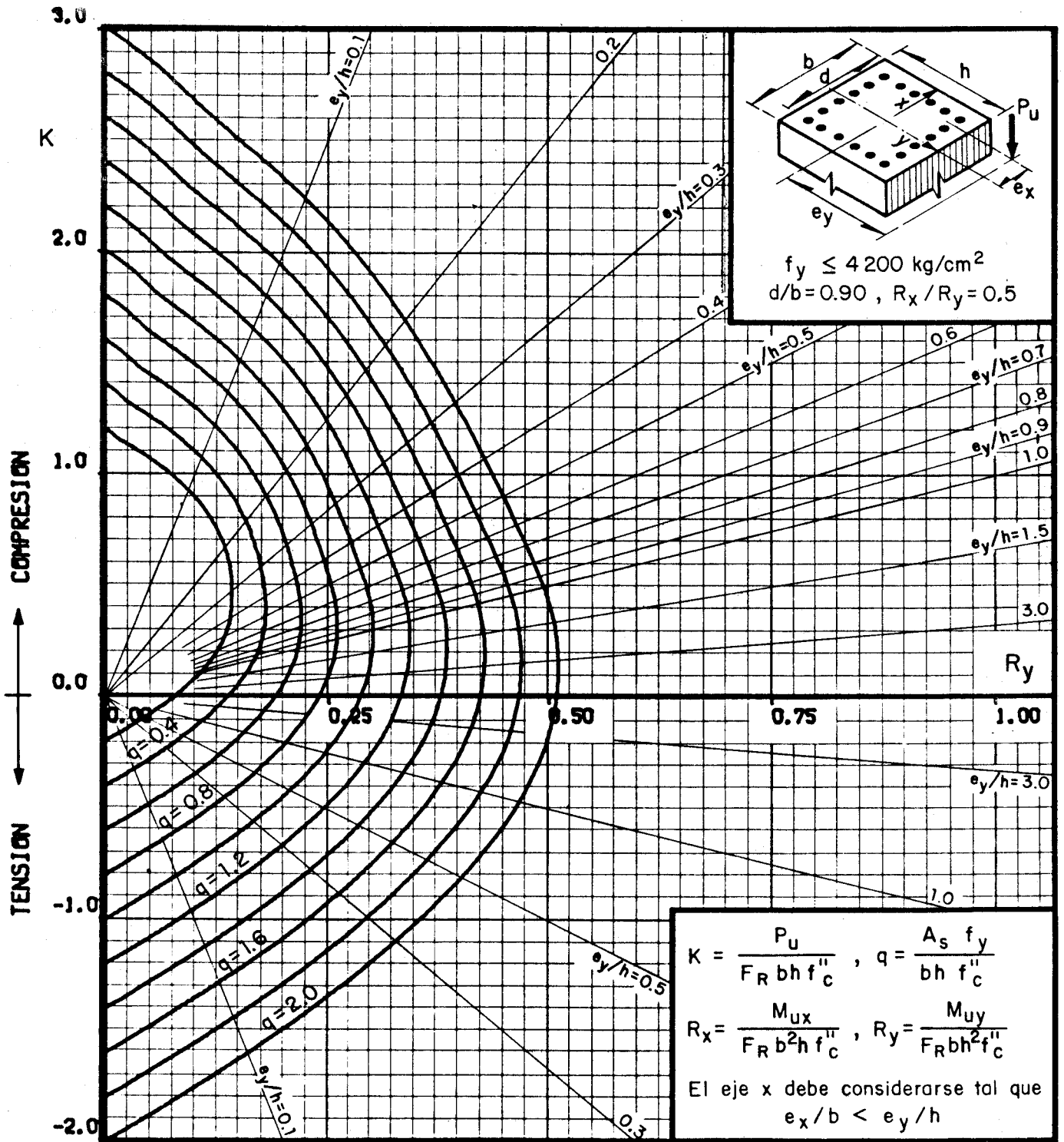
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

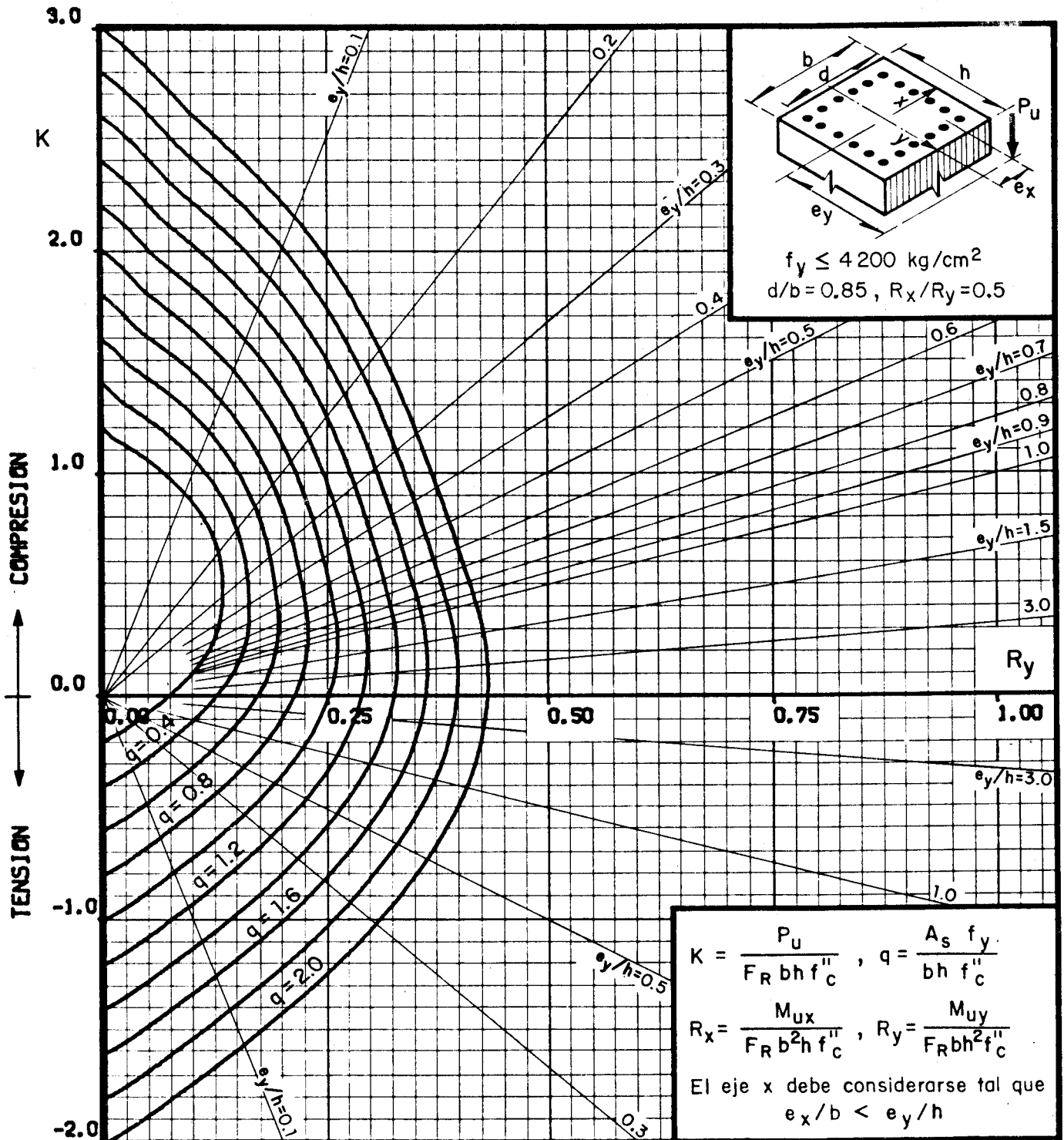
$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 41



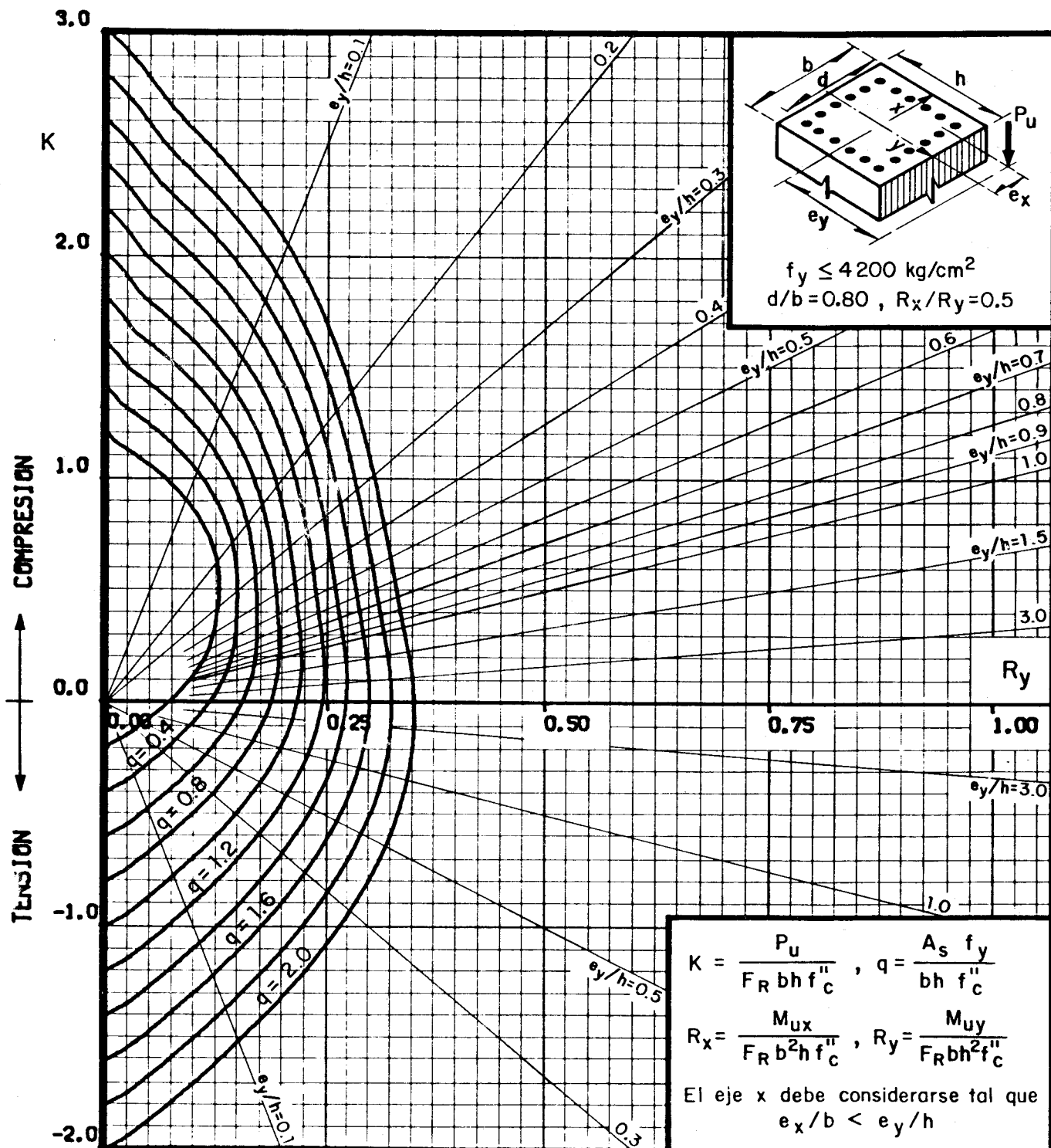
$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 42



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_U$  = Carga axial última  
 $M_{Uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_U \cdot e_y$   
 $M_{Ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_U \cdot e_x$

Fig 43



$A_s$  = Area total de refuerzo

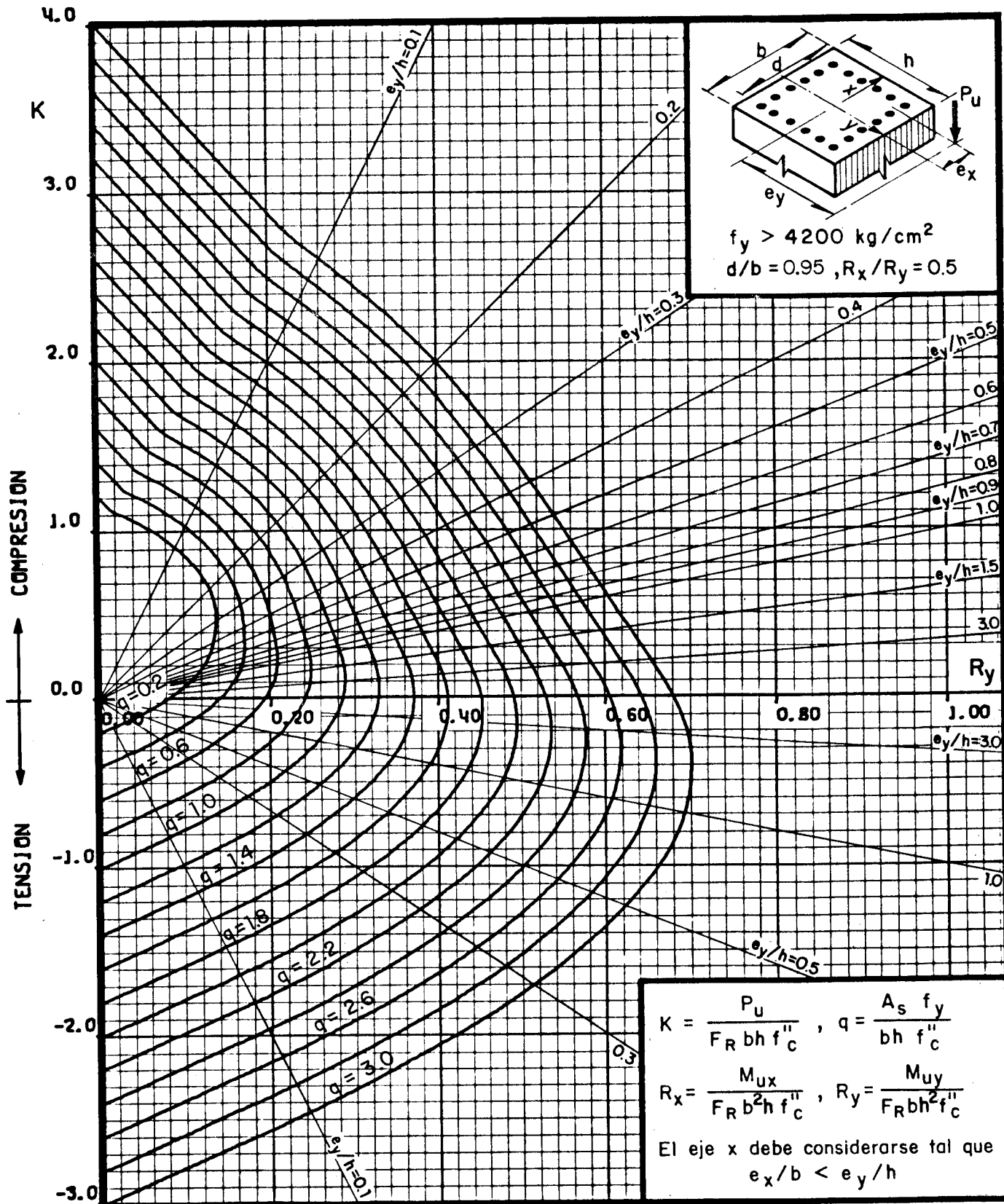
$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

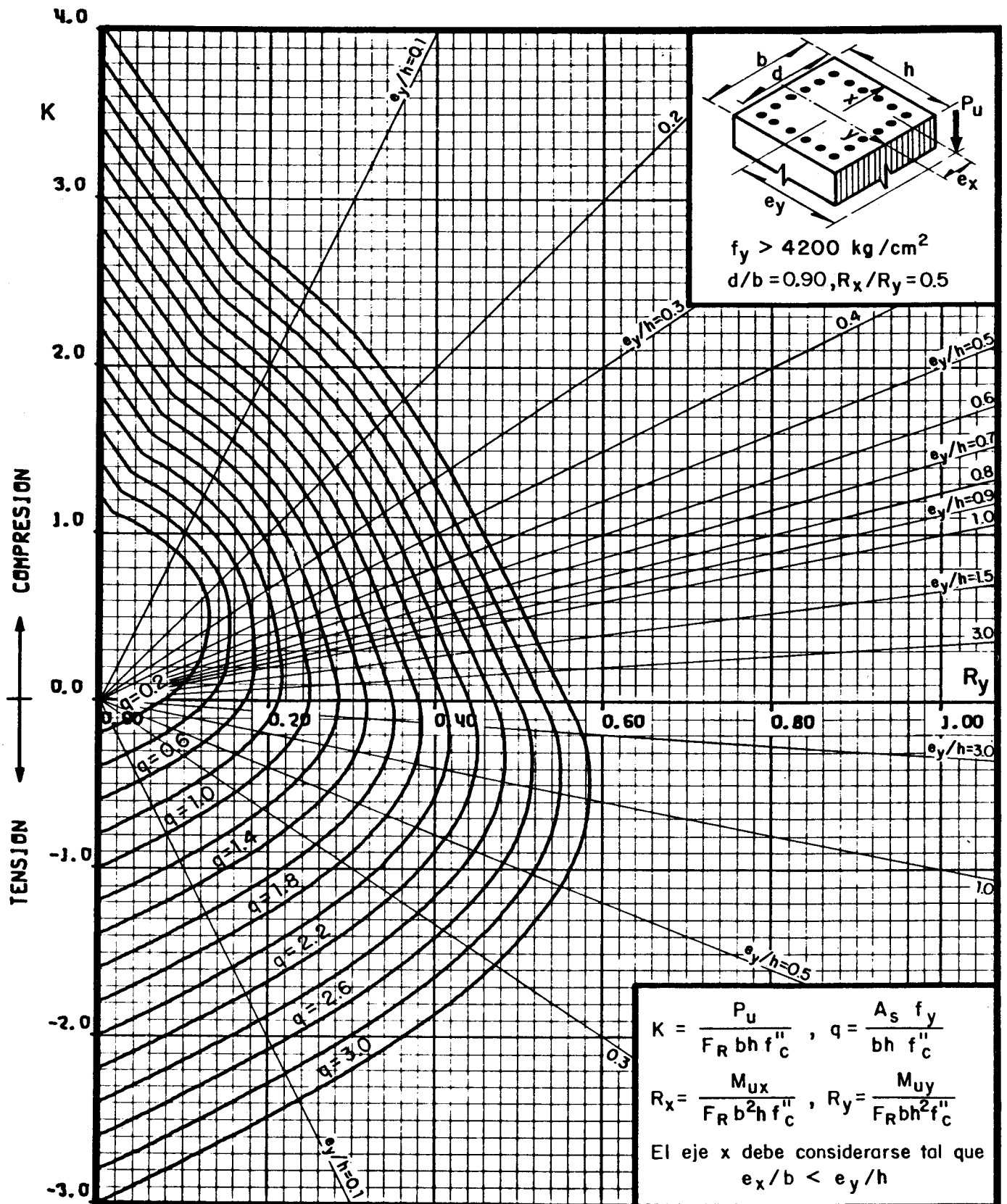
$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 45



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

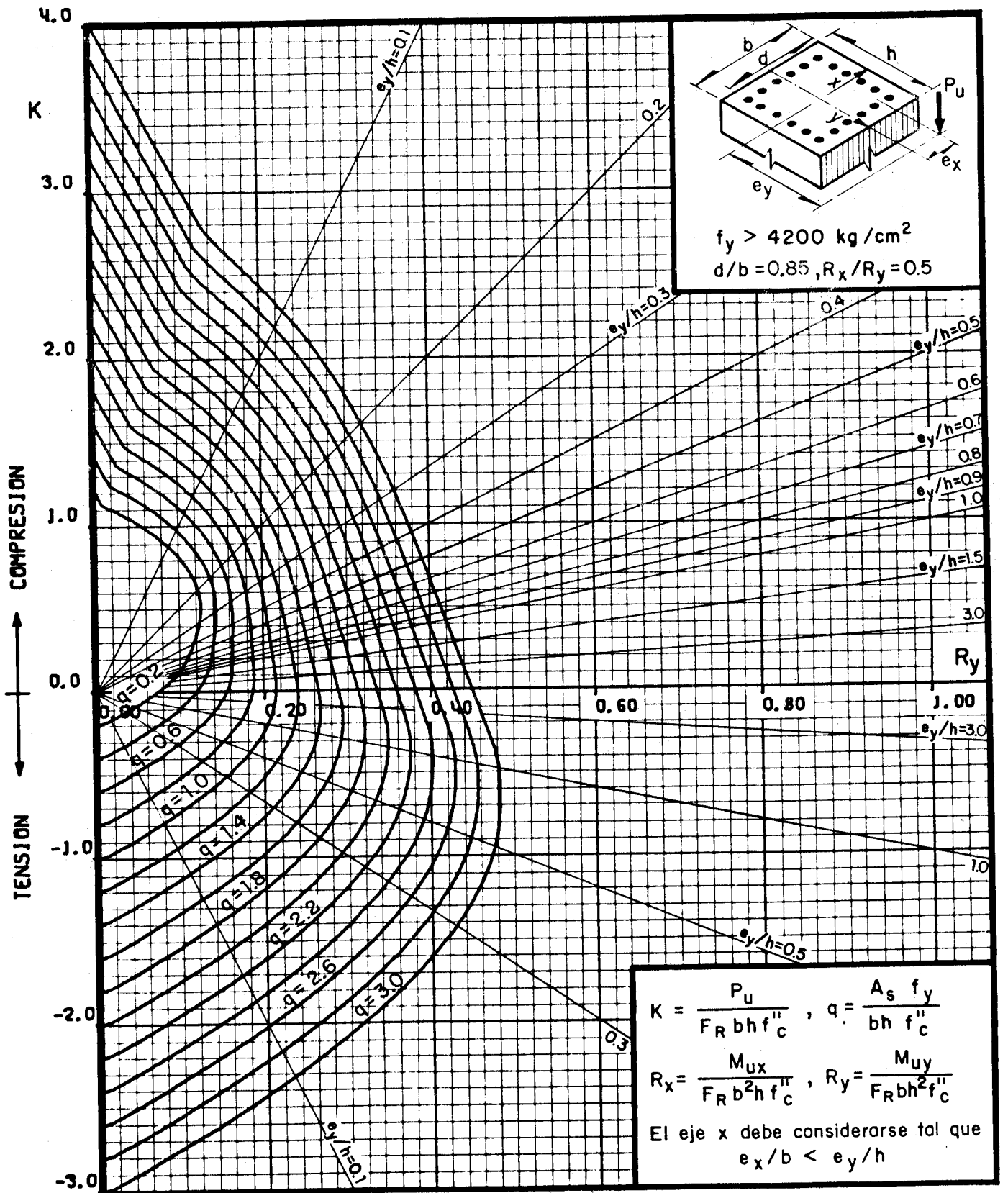
$P_u$  = Carga axial última

$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

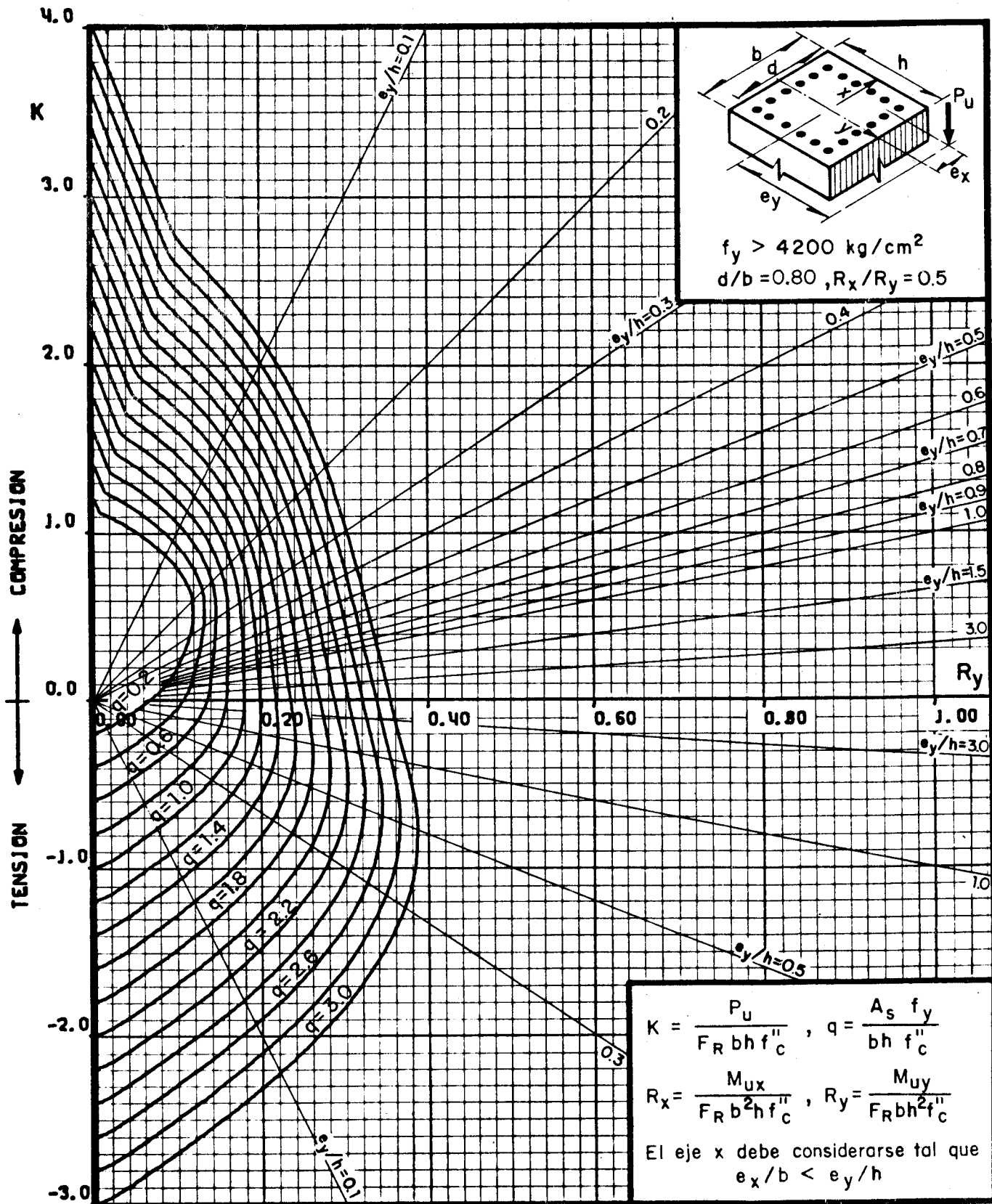
Fig 46





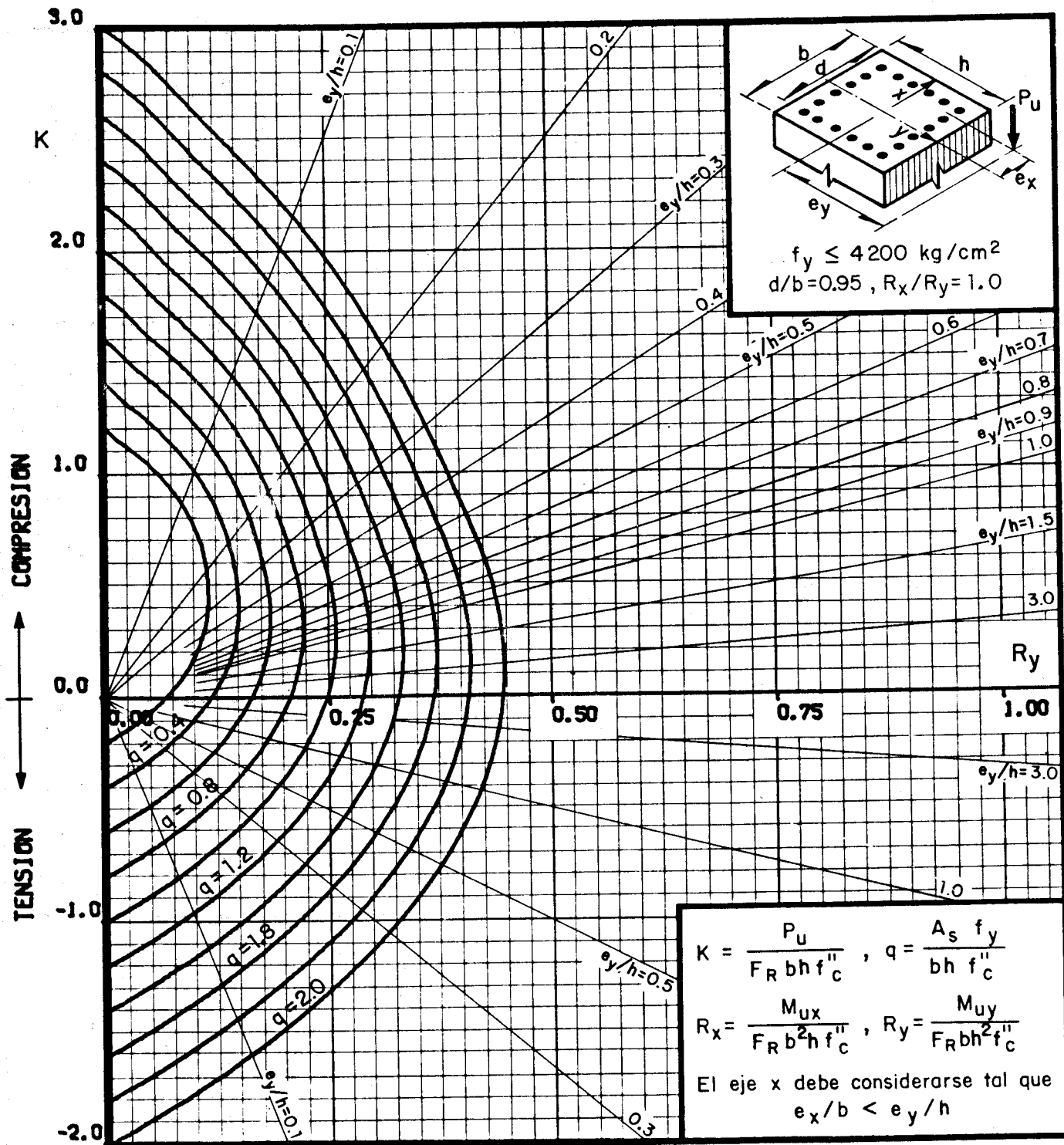
- $A_s$  = Area total de refuerzo
- $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$
- $F_R$  = Factor de reducción de resistencia
- $P_u$  = Carga axial última
- $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$
- $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 47



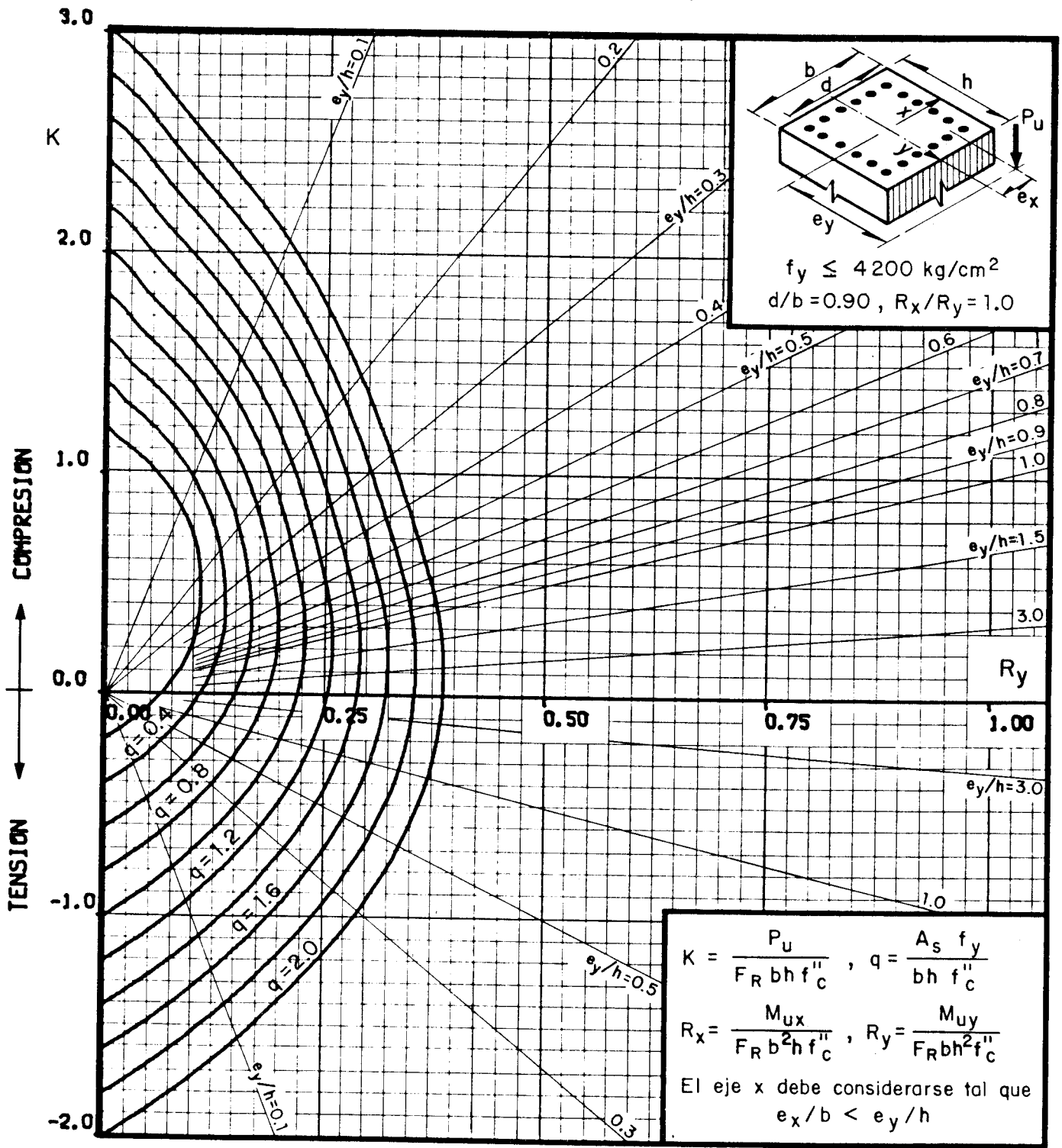
$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 48



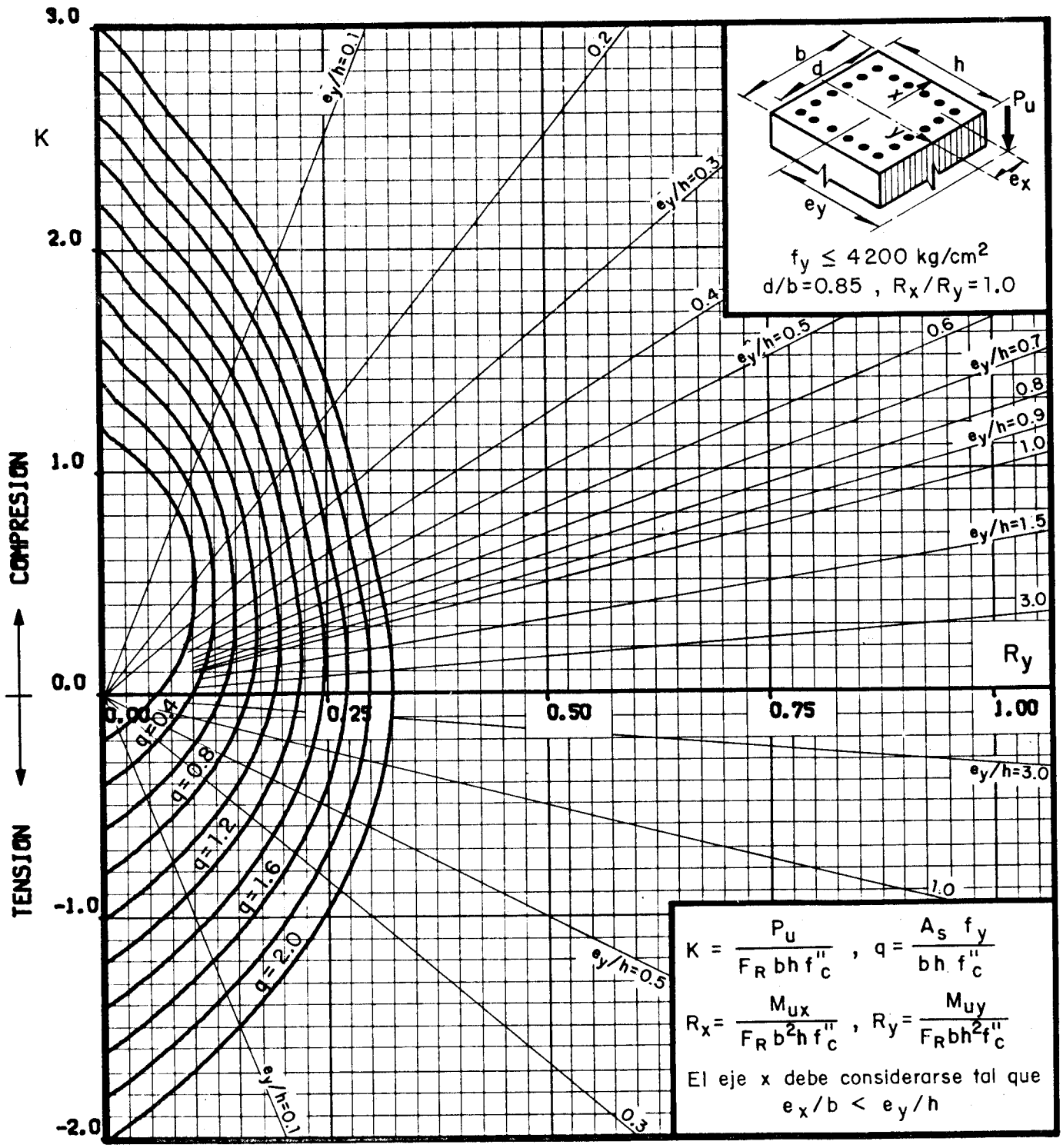
$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 49



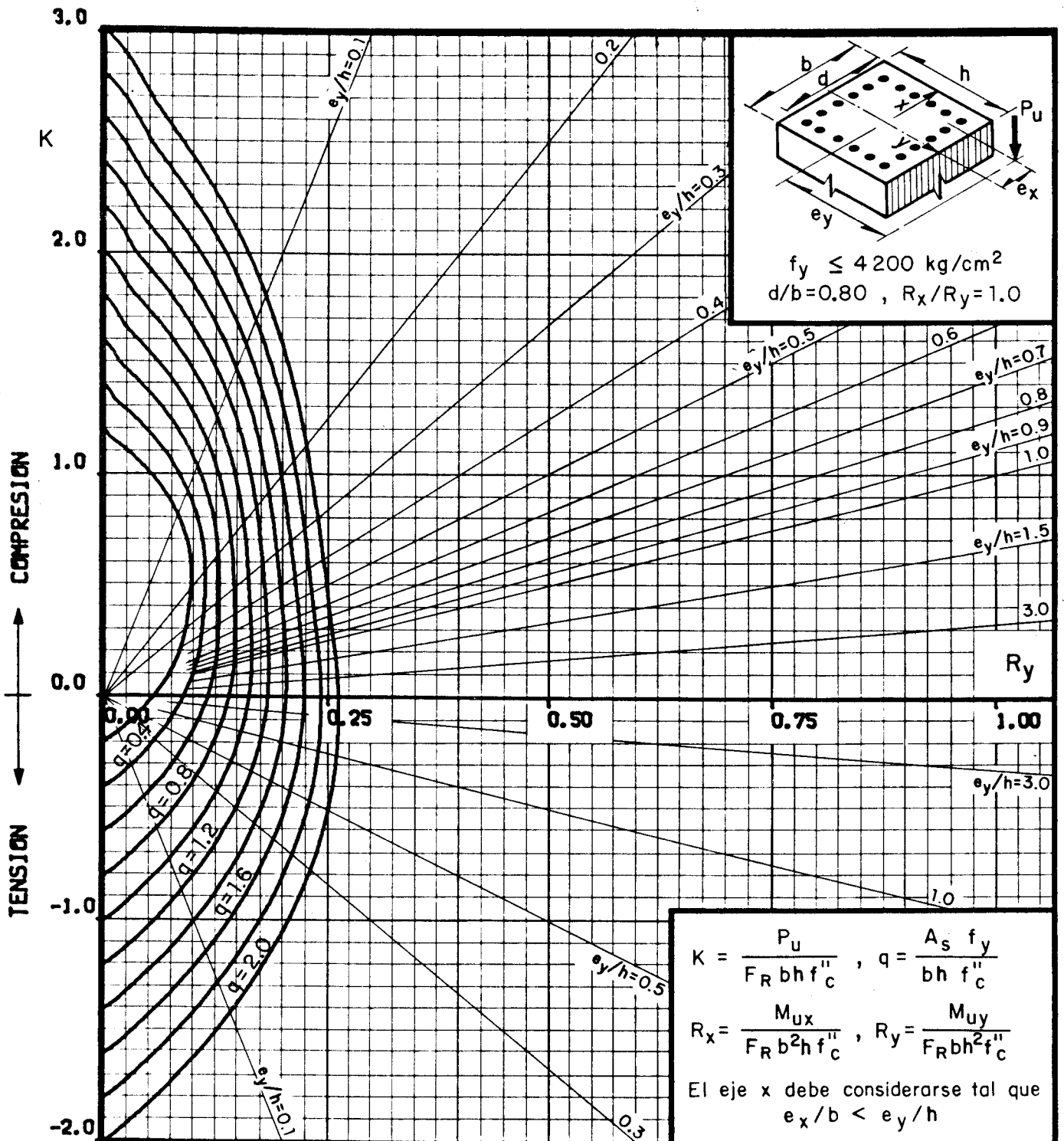
$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 50



$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 51



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$  , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$  ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$  , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

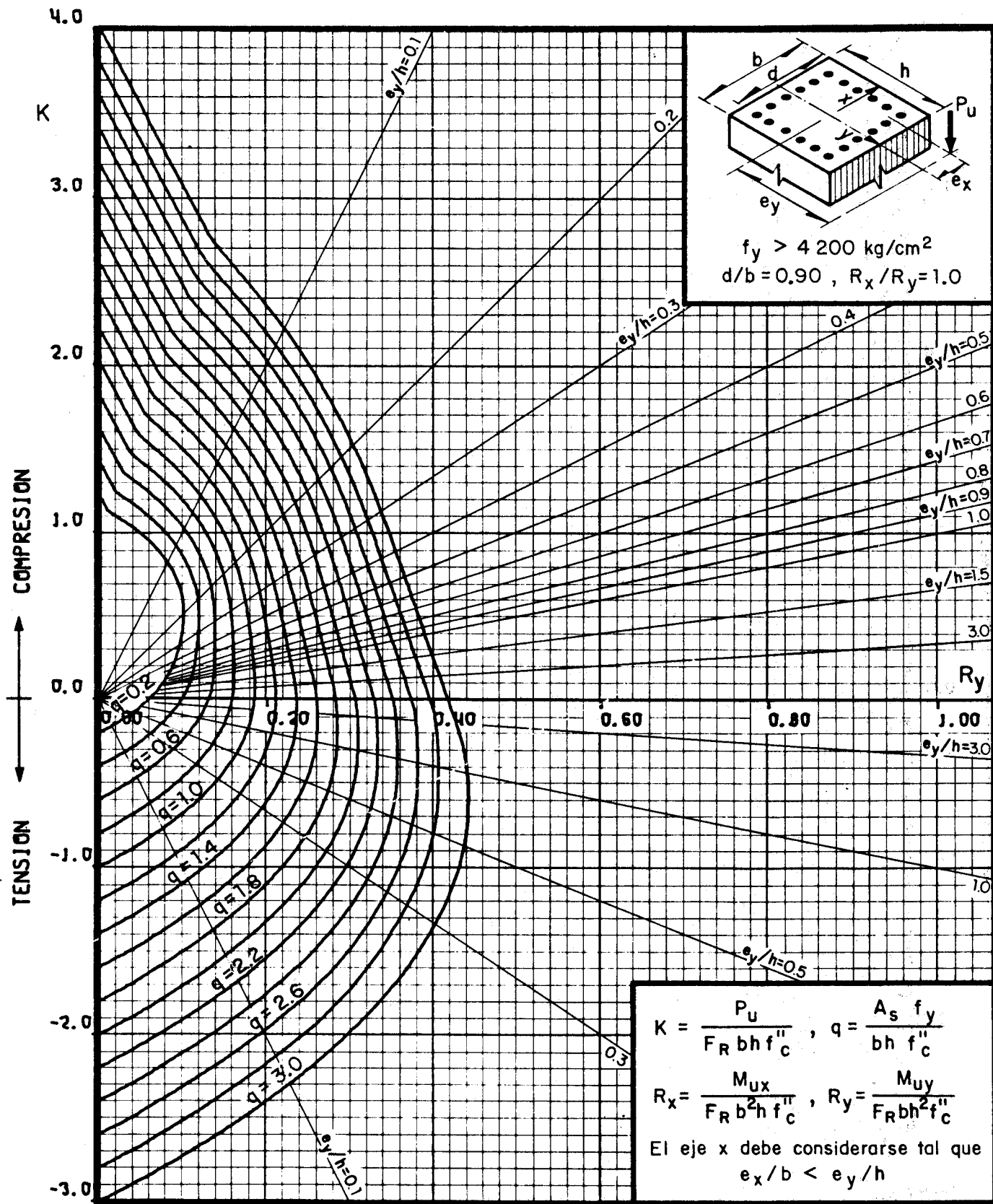
$P_u$  = Carga axial última

$M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 52

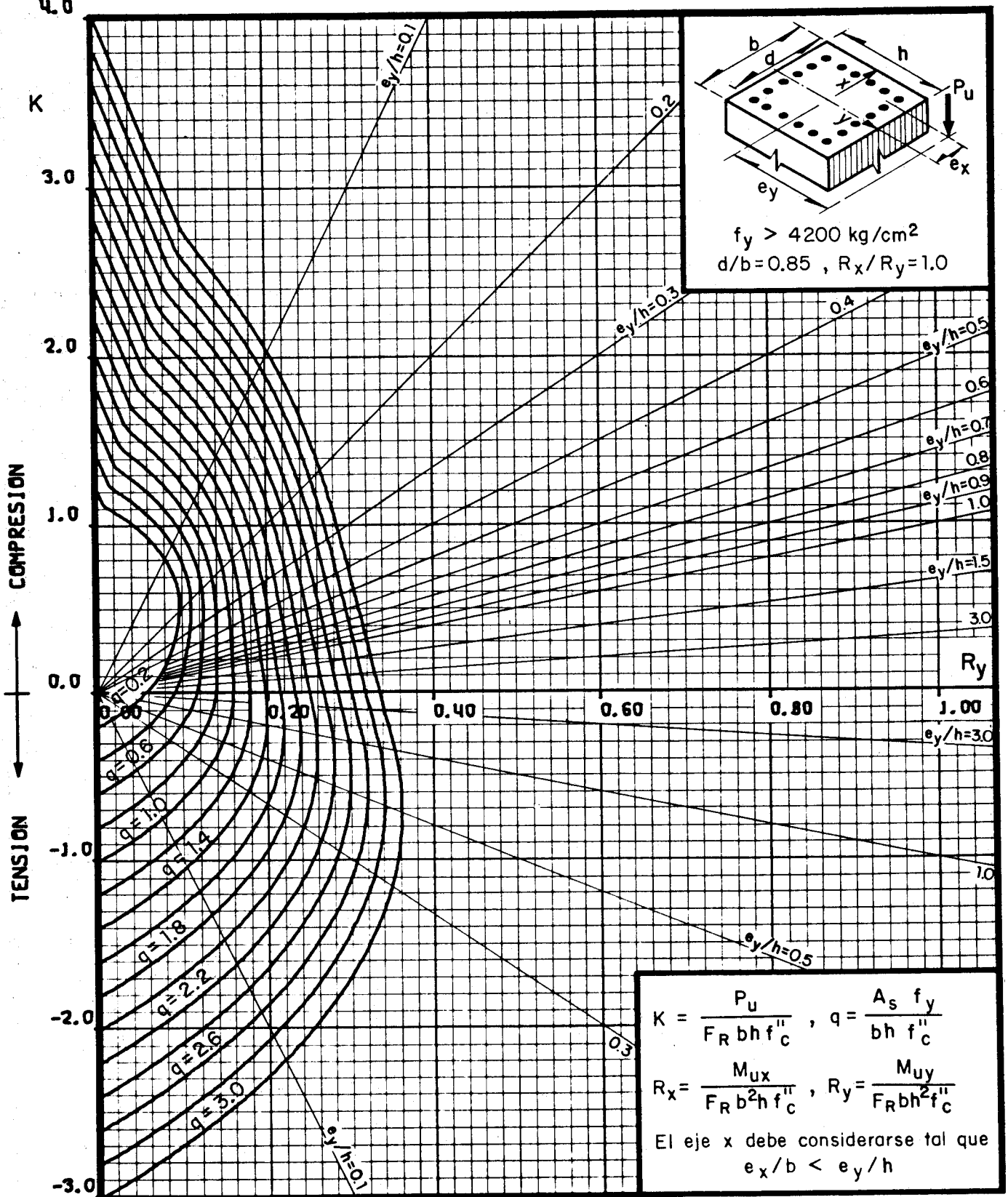




$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

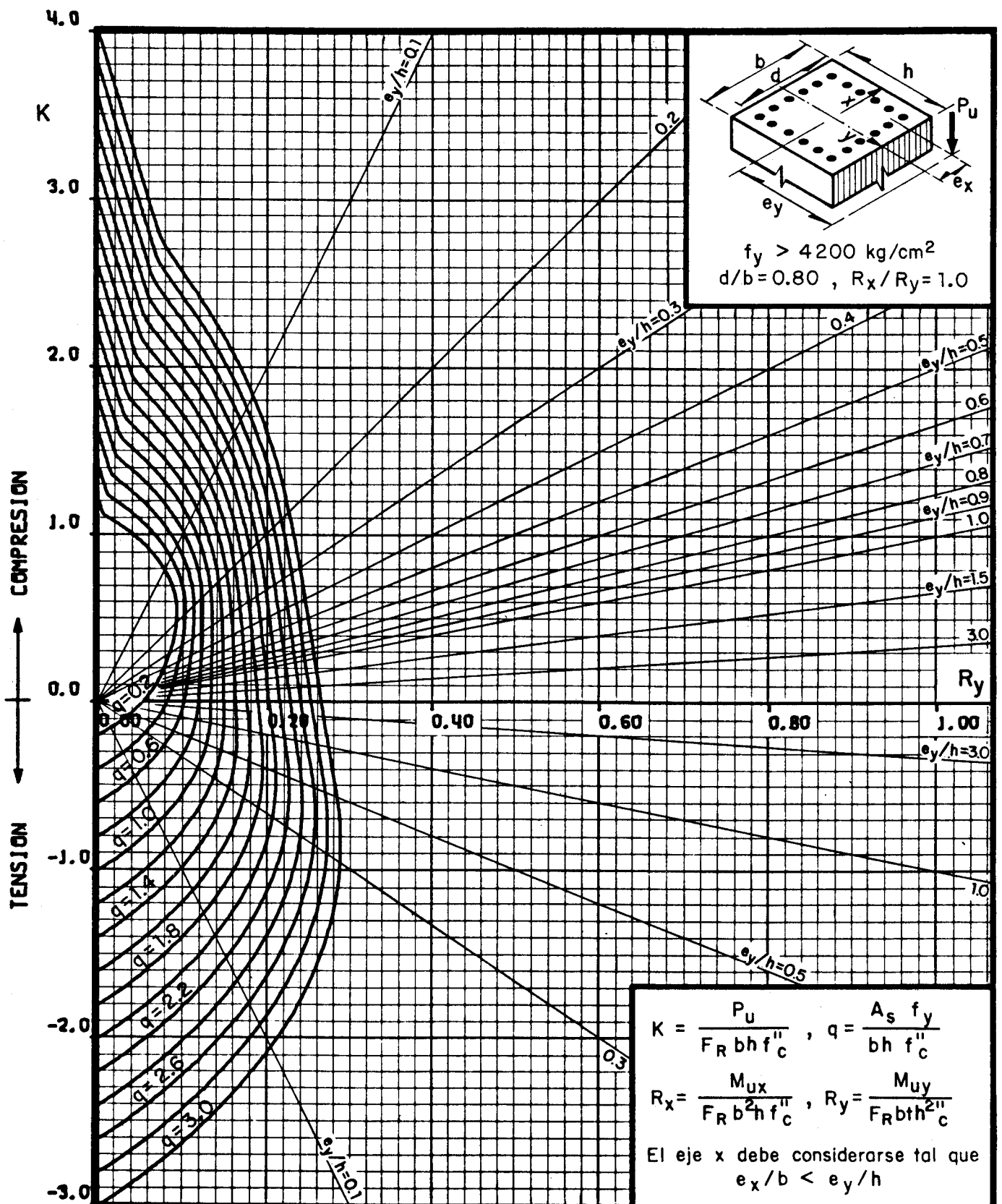
Fig 54





$A_s$  = Area total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$ .  
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$   
 $M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 55



$A_s$  = Area total de refuerzo

$f_c'' = 0.85 f_c^*$ , si  $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$ , si  $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$

$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$\bar{M}_{uy}$  = Momento flexionante último en dirección y =  $P_u \cdot e_y$

$M_{ux}$  = Momento flexionante último en dirección x =  $P_u \cdot e_x$

Fig 56