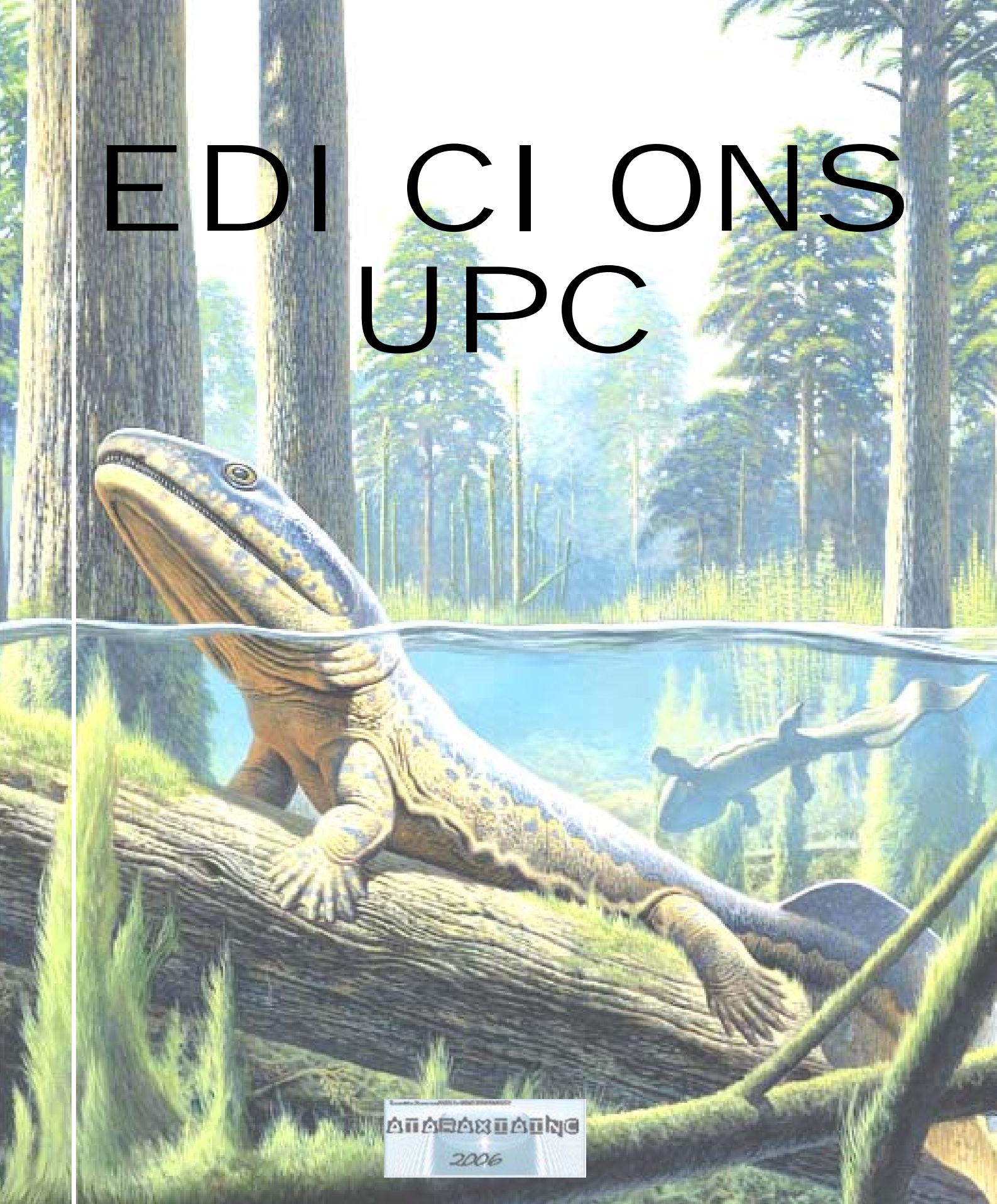


EDICIONS UPC



ΑΠΑΡΑΧΩΡΙΣΤΗ

2006

MECÁNICA DE SUELOS

Published by

ATARAXIAINC

111 III World Street

Hoboken, NJ 07030-5774

Copyright © 2006 by Ataraxiainc, Bogota, Chibchombia

Published by Ataraxiainc, Bogota, Chibchombia

Published simultaneously in the Earth planet

All parts of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, scanning or otherwise, except as no permitted under Sections of the Copyright Act, without either the prior written permission of the Publisher, or authorization through payment of the appropriate per-copy fee to the Copyright Clearance Center, 2*2 Rosewood Drive, Danvers, MA 0+-23, (978) 75.-84/*00, fax (9”%) 646-./600. Requests to the Publisher for permission should be addressed to the Legal Department,

Ataraxiainc, Bogota, Chibchombia e-mail: Ataraxiainc@Gmail.com.

Trademarks: ATARAXIAINC

LIMIT OF LIABILITY/DISCLAIMER OF WARRANTY: THE PUBLISHER AND THE AUTHOR MAKE NO REPRESENTATIONS OR WARRANTIES WITH RESPECT TO THE ACCURACY OR COMPLETENESS OF THE CONTENTS OF THIS WORK AND SPECIFICALLY DISCLAIM ALL WARRANTIES, INCLUDING WITHOUT LIMITATION WARRANTIES OF FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. NO WARRANTY MAY BE CREATED OR EXTENDED BY SALES OR PROMOTIONAL MATERIALS. THE ADVICE AND STRATEGIES CONTAINED HEREIN MAY NOT BE SUITABLE FOR EVERY SITUATION. THIS WORK IS SOLD WITH THE UNDERSTANDING THAT THE PUBLISHER IS NOT ENGAGED IN RENDERING LEGAL, ACCOUNTING, OR OTHER PROFESSIONAL SERVICES. IF PROFESSIONAL ASSISTANCE IS REQUIRED, THE SERVICES OF A COMPETENT PROFESSIONAL PERSON SHOULD BE SOUGHT. NEITHER THE PUBLISHER NOR THE AUTHOR SHALL BE LIABLE FOR DAMAGES ARISING HEREFROM. THE FACT THAT AN ORGANIZATION OR WEBSITE IS REFERRED TO IN THIS WORK AS A CITATION AND/OR A POTENTIAL SOURCE OF FURTHER INFORMATION DOES NOT MEAN THAT THE AUTHOR OR THE PUBLISHER ENDORSES THE INFORMATION THE ORGANIZATION OR WEBSITE MAY PROVIDE OR RECOMMENDATIONS IT MAY MAKE. FURTHER, READERS SHOULD BE AWARE THAT INTERNET WEBSITES LISTED IN THIS WORK MAY HAVE CHANGED OR DISAPPEARED BETWEEN WHEN THIS WORK WAS WRITTEN AND WHEN IT IS READ.

For general information on our other products and services or to obtain technical support, please contact our Customer Care Department within the “(.\$”= \$(%&/&)%\$=, outside the U.S. at “=-\$(% (“%·\$\$__”./(\$- -.\$)(\$, or fax |@#-€#-43@#.

Ataraxiainc also publishes its books in a variety of electronic formats. Some content that appears in print may not be available in electronic books.

Library of Congress Control Number: --!”\$&\$+--)=(%/

ISBN: !?”=.)\$(%/&-/+*

Manufactured in the Chibchombian World

10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

20/QW/RQ/QU/IN



Prólogo

Esta publicación contiene una colección de problemas resueltos de Mecánica de Suelos. Estos problemas han sido propuestos en los últimos años en los estudios de Ingeniería Técnica de Obras Públicas de la UPC (primer cuatrimestre de la asignatura de Geotecnia de 2º curso) para su resolución por parte de los alumnos. La colección no coincide exactamente con la utilizada en la actualidad en dicha asignatura ya que, en particular, se proporcionan a los alumnos nuevos enunciados procedentes fundamentalmente de exámenes que, en su mayoría, se han resuelto en seminarios específicos.

Durante los primeros años en que se impartió la asignatura, los problemas propuestos se desarrollaban en clase pero no se disponía de su resolución por escrito. Posteriormente, y a solicitud de los alumnos, se fue preparando un borrador de las resoluciones que, progresivamente mejoradas en contenido y formato, ha dado lugar a esta publicación. La necesidad de finalizarla en un tiempo razonable ha impedido que se pudiese actualizar totalmente la colección, en especial en lo relativo a problemas de examen resueltos en seminarios.

La colección no ha sido concebida directamente para su publicación sino que se adapta a la materia impartida en la asignatura. Por otro lado, debido a que dicha titulación es de primer ciclo, el enfoque de los problemas intenta centrarse en aspectos de concepto y no excesivamente elaborados, sin hacer mucho uso de desarrollos matemáticos.

Respecto a su contenido, en el primer capítulo se recogen problemas relativos a propiedades básicas de los suelos. Sobre todo se hace especial énfasis en aspectos relacionados con las distintas variables que caracterizan la porosidad y contenido de agua en suelos. Por otro lado, el contenido de este capítulo está relacionado en algunos aspectos con las prácticas de laboratorio que se realizan en la asignatura, donde se precisan relaciones del tipo de las que se derivan en algunos casos. También se incluyen dos problemas relacionados con granulometría de suelos y dos más con límites de Atterberg y clasificación de suelos, respectivamente.

En el segundo capítulo se incluyen problemas relacionados con algunos aspectos básicos de la mecánica de medios porosos continuos, especialmente estados tensionales y deformacionales (círculos de Mohr), muy utilizados con posterioridad, y tensiones efectivas.

El tercer capítulo se dedica a problemas relacionados con flujo de agua en medio poroso indeformable. En

primer lugar se incluyen problemas en condiciones unidimensionales incluyendo casos de sifonamiento. En segundo lugar se incluyen también algunos problemas en condiciones bidimensionales. En ambos casos se han planteado solamente problemas en régimen estacionario.

En el cuarto capítulo se incluyen problemas de consolidación en suelos saturados. Se recogen problemas en condiciones unidimensionales en los que se combinan diferentes solicitaciones (terraplenes y bombeos) y también se obtienen soluciones incorporando drenes verticales para acelerar el proceso transitorio de consolidación. El último problema de este capítulo se dedica a la determinación de parámetros a partir de resultados de un ensayo edométrico.

Finalmente, el capítulo quinto se dedica a problemas de resistencia de suelos saturados, tanto en condiciones drenadas como en condiciones no drenadas. En estos problemas la condición de rotura se representa mediante el criterio de Mohr-Coulomb. Se presta atención a la determinación de la resistencia al corte sin drenaje a partir de ensayos triaxiales y a la generación de presiones intersticiales en ensayos no drenados así como a la representación de trayectorias tensionales.

Los autores esperan que esta publicación resulte de interés no sólo para los alumnos de la asignatura de Geotecnia de Ingeniería Técnica de Obras Públicas de la UPC, sino también para todas aquellas personas interesadas en el tema.

Barcelona, mayo de 1997

Índice

1. Propiedades básicas de los suelos. Identificación y clasificación	11
2. Tensiones y deformaciones. Tensión efectiva	31
3. Flujo de agua en suelo saturado indeformable	57
4. Consolidación de suelos saturados	83
5. Resistencia de suelos saturado	107

Capítulo 1. Propiedades básicas de los suelos. Identificación y clasificación

PROBLEMA 1.

Una muestra de suelo saturado, que tiene un peso de 900 gr, se coloca en estufa a 100° C durante 24 horas, tras lo cual pesa 750 gr. Obtener su humedad natural, su índice de poros, su porosidad, su densidad natural y su densidad seca ($\gamma_s = 2.7 \text{ gr/cm}^3$).

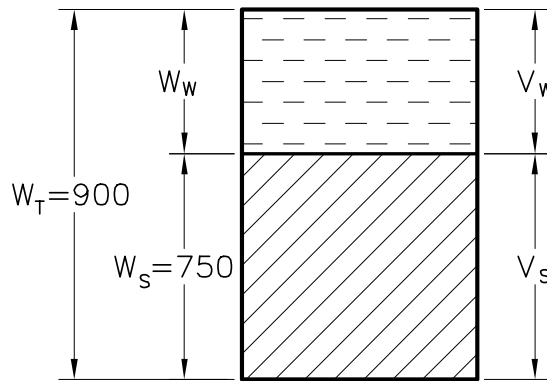


Figura 1.1 Distribución de las fases en el suelo

La obtención de parámetros característicos de un suelo tales como su índice de poros, su humedad y sus distintas densidades, se realiza a partir de la medida en laboratorio del peso en diferentes condiciones (p.e. suelo natural, suelo seco) y aplicando la definición de dichos parámetros.

Humedad. Se define como peso de agua relativo al peso del sólido ($w = W_w / W_s$). El peso de agua (W_w) puede calcularse por diferencia como $W_w = W_t - W_s = 900 - 750 = 150 \text{ gr}$ y, por tanto, la humedad resultante es:

$$w = \frac{150 \text{ gr}}{750 \text{ gr}} = 0.2 \text{ (20 \%)}$$

Índice de poros. Se define como volumen de huecos relativo al volumen de sólido ($e = V_h / V_s$). Dado que,

en este caso, el suelo se encuentra saturado ($S_r = 1$), se tiene $V_h = V_w$ (volumen de huecos igual a volumen de agua). Dichos volúmenes se obtienen mediante las expresiones:

$$V_w = \frac{W_w}{\gamma_w} = \frac{150 \text{ gr}}{1.0 \text{ gr/cm}^3} = 150.0 \text{ cm}^3 \quad V_s = \frac{W_s}{\gamma_s} = \frac{750 \text{ gr}}{2.7 \text{ gr/cm}^3} = 277.78 \text{ cm}^3$$

donde se ha supuesto una densidad de 2.7 gr/cm^3 para las partículas sólidas. Una vez determinados los volúmenes de huecos (agua) y sólido, se calcula el índice de poros como cociente entre el volumen de huecos y el volumen de sólido:

$$e = \frac{150 \text{ cm}^3}{277.78 \text{ cm}^3} = 0.54$$

Porosidad. Se define como volumen de huecos relativo al volumen total ($n = V_h / V_t$). El volumen total se obtiene como $V_t = V_w + V_s = 150 + 277.78 = 427.78 \text{ cm}^3$. Con ello se obtiene una porosidad de:

$$n = \frac{150}{427.78} = 0.35 \text{ (35\%)}$$

La porosidad (n) se puede calcular en función del índice de poros (e). Ambas variables evalúan la misma propiedad del suelo (el volumen relativo de huecos) y por tanto, pueden usarse indistintamente, aunque sus valores no coinciden. Sin embargo, en Geotecnia, sobre todo en temas relacionados con el comportamiento mecánico, es más conveniente la utilización del índice de poros, mientras que en Hidrogeología, se trabaja usualmente con la porosidad. El índice de poros es relativo al volumen de sólido, lo que facilita el cálculo de sus variaciones al producirse cambios de volumen del suelo. Sin embargo, es más cómodo referirse a la porosidad para calcular el volumen de agua almacenado en un volumen de medio. La equivalencia entre porosidad e índice de poros se obtiene como:

$$n = \frac{V_h}{V_t} = \frac{V_h}{V_h + V_s} = \frac{V_h/V_s}{(V_s + V_h)/V_s} = \frac{e}{1 + e}$$

análogamente, se puede despejar e en función de n :

$$e = \frac{n}{1 - n}$$

Densidad natural. Se define como peso total relativo al volumen total ($\gamma_n = W_t / V_t$). Si se aplican los valores de este problema resulta:

$$\gamma_n = \frac{900 \text{ gr}}{427.78 \text{ cm}^3} = 2.10 \text{ gr/cm}^3$$

Densidad seca. Se define como peso de sólido relativo al volumen total ($\gamma_d = W_s / V_t$). Si se usan los valores de este problema resulta:

$$\gamma_d = \frac{750 \text{ gr}}{427.78 \text{ cm}^3} = 1.75 \text{ gr/cm}^3$$

PROBLEMA 2.

Un suelo natural tiene una humedad del 15%, un grado de saturación de 0.6 y un peso específico de las partículas sólidas de 2.6 gr/cm³. Obtener su índice de poros.

El índice de poros se define como el cociente entre el volumen de huecos y el volumen de sólido ($e=V_h/V_s$). Para relacionar los parámetros característicos de un suelo ($n, e, S_r, w, \gamma_s, \gamma_n, \gamma_d$) entre sí puede hacerse a partir de sus definiciones, o bien utilizando el diagrama unitario. Si bien éste último también utiliza las definiciones de estas variables, de una forma gráfica condensa toda la información. El diagrama unitario (Fig. 2.1) describe las relaciones volumétricas y de peso de un suelo en el que se considera unitario el volumen de sólidos (en el caso que se utilice el índice de poros como medida del volumen de huecos) o el volumen total (en el caso que se utilice la porosidad como medida del volumen de huecos).

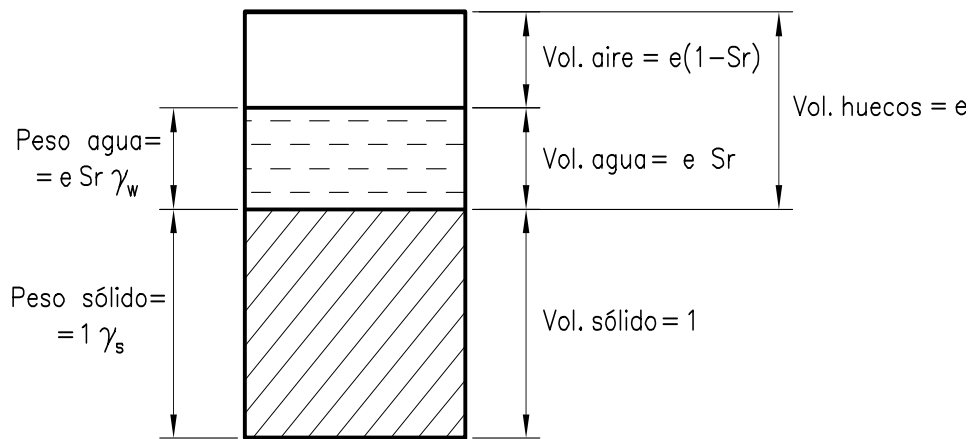


Figura 2.1 Diagrama unitario

Del diagrama unitario (Fig. 2.1) se pueden obtener las relaciones entre variables. En este caso, el valor de w en función de γ_s, S_r y e es inmediato ya que la humedad es equivalente a:

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{\gamma_w e S_r}{\gamma_s}$$

A la misma expresión se llega al plantear las definiciones de cada una de las variables tal como se muestra a continuación.

Grado de saturación:

$$S_r = \frac{V_w}{V_h} \quad V_h = \frac{V_w}{S_r}$$

Humedad:

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{V_w \gamma_w}{V_s \gamma_s} \quad V_s = \frac{V_w \gamma_w}{w \gamma_s}$$

Índice de poros:

$$e = \frac{V_h}{V_s} = \frac{V_w/S_r}{(V_w \gamma_w)/(w \gamma_s)} = \frac{\gamma_s w}{S_r \gamma_w}$$

Si finalmente se despeja la humedad se llega de nuevo al mismo resultado, es decir:

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{\gamma_w e S_r}{\gamma_s}$$

En definitiva, conociendo dos parámetros (e y S_r , e y w o S_r y w), el peso específico de las partículas sólidas (γ_s) y el peso específico del fluido (γ_w), puede obtenerse el parámetro restante. En general no hay problema en conocer el peso específico del fluido, que suele ser agua: $\gamma_w = 1 \text{ gr/cm}^3$. En este problema se tiene, por tanto:

$$e = \frac{2.6 \text{ gr/cm}^3 \cdot 0.15}{1 \text{ gr/cm}^3 \cdot 0.6} = 0.65$$

El valor del peso específico de las partículas sólidas (γ_s) varía poco habitualmente y en general podrá tomarse un valor aproximado (alrededor de 2.7) si no se conoce con exactitud o no se ha medido.

PROBLEMA 3.

Se dispone de un suelo con un índice plástico del 40% y un límite plástico del 75%. Suponiendo un peso específico de las partículas sólidas de 2.65 gr/cm^3 , calcular el índice de poros y la porosidad correspondientes a su estado en el límite líquido.

Con anterioridad (Problema 1) se ha visto que existe una expresión que relaciona la porosidad con el índice de poros de forma única. Conocido cualquiera de ellos se determina inmediatamente el otro:

$$n = \frac{e}{1+e}$$

La definición del índice plástico es $IP = w_L - w_P$ (es decir, diferencia entre humedad en el límite líquido y humedad en el límite plástico). Por ello, $w_L = IP + w_P = 40\% + 75\% = 115\%$. Se conoce γ_s y w_L y se desea calcular e_L . Se precisa en este caso de una variable adicional, por lo que puede suponerse que en el límite líquido, al ser el contenido de agua muy alto, el suelo está saturado. De la expresión que relaciona índice de poros con humedad y grado de saturación (Problema 2) resulta:

$$e = \frac{V_h}{V_s} = \frac{\gamma_s w}{S_r \gamma_w} = \frac{2.65 \times 1.15}{1.0 \times 1.0} = 3.05$$

Por último, a partir de la relación entre porosidad e índice de poros se obtiene:

$$n_L = \frac{e_L}{1+e_L} = \frac{3.05}{1+3.05} = 0.75$$

PROBLEMA 4.

Se dispone en el laboratorio de una muestra de 60 mm de diámetro y 25 mm de altura, con un peso de 80 gr. La humedad de la muestra es del 14%. Determinar el grado de saturación, el peso específico seco, el peso específico natural, el peso específico saturado y el peso específico sumergido ($\gamma_s = 2.7 \text{ gr/cm}^3$).

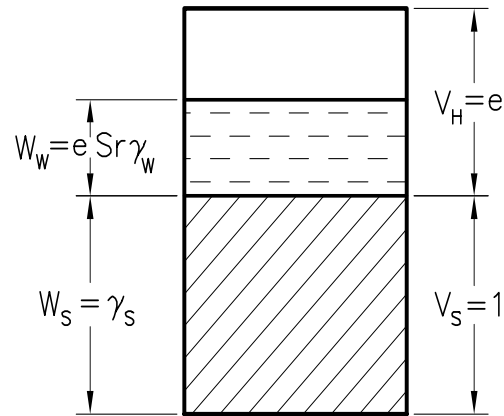


Figura 4.1 Diagrama unitario

Con los datos del problema, deben calcularse: S_r , γ_d , γ_n , γ_{sat} y γ_{sum} . Para determinar el peso específico natural, es preciso conocer el volumen total:

$$V_t = \pi \frac{D^2}{4} h = \pi \frac{6^2}{4} 2.5 = 70.686 \text{ cm}^3$$

y aplicando la definición de peso específico natural:

$$\gamma_n = \frac{W_t}{V_t} = \frac{80}{70.686} = 1.13 \text{ gr/cm}^3$$

Directamente de las definiciones, o bien del diagrama unitario (Fig. 4.1), se puede obtener:

$$\gamma_n = \frac{W_t}{V_t} = \frac{W_w + W_s}{V_t} = \frac{\gamma_w e S_r + \gamma_s}{1 + e}$$

donde se ha usado $W_t = W_w + W_s = e S_r \gamma_w + \gamma_s$ y $V_t = 1 + e$, que son los pesos y volúmenes en el caso en que $V_s = 1$ (ver diagrama unitario, Fig. 4.1).

Introduciendo la relación obtenida en el Problema 2 resulta:

$$\gamma_n = \frac{w \gamma_s + \gamma_s}{1 + e} = \gamma_s \frac{1 + w}{1 + e}$$

De la última expresión obtenida es posible despejar el índice de poros en función de la humedad y el peso específico natural:

$$e = \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_n} (1+w) \right) - 1$$

Sustituyendo los valores correspondientes a este problema se obtiene:

$$e = \left(\frac{2.7}{1.13} (1+0.14) \right) - 1 = 1.72$$

Por último, el grado de saturación puede obtenerse como:

$$S_r = \frac{w \gamma_s}{e \gamma_w} = \frac{0.14 \times 2.7}{1.72 \times 1} = 0.22$$

El cálculo del peso específico seco (γ_d) se realiza a partir de su definición, $\gamma_d = W_s / V_t$ y de los valores en el diagrama unitario de $W_s = \gamma_s$ y de $V_t = 1+e$ (Fig. 4.1):

$$\gamma_d = \frac{\gamma_s}{1+e}$$

Al sustituir por los valores del problema resulta:

$$\gamma_d = \frac{2.7 \text{ gr/cm}^3}{1+1.72} = 0.99 \text{ gr/cm}^3$$

Por otro lado, el peso específico saturado (γ_{sat}) puede obtenerse como un caso particular para suelo saturado, es decir:

$$\gamma_{sat} = \frac{\gamma_s + \gamma_w e}{1+e}$$

Es decir, basta tomar $S_r = 1$ en la definición de γ_n . Sustituyendo con los valores del problema resulta:

$$\gamma_{sat} = \frac{2.7 \text{ gr/cm}^3 + 1 \text{ gr/cm}^3 \cdot 1.72}{1+1.72} = 1.62 \text{ gr/cm}^3$$

Asimismo, para el peso específico sumergido, γ_{sum} , de su definición, $\gamma_{sum} = \gamma_{sat} - \gamma_w = 1.62 - 1 = 0.62 \text{ gr/cm}^3$; o bien, substituyendo γ_{sat} en la definición de γ_{sum} por su valor en función e :

$$\gamma_{sum} = \frac{\gamma_s + \gamma_w e}{1+e} - \gamma_w = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{1+e}$$

De la que se obtiene finalmente:

$$\gamma_{sum} = \frac{2.7-1}{1+1.72} = 0.62 \text{ gr/cm}^3$$

PROBLEMA 5.

Calcular el peso específico sumergido de las muestras saturadas siguientes ($\gamma_s = 2.7 \text{ gr/cm}^3$): a) suelo con una densidad seca de 1.75 t/m^3 ; b) suelo con una porosidad de 0.53 ; c) suelo con un índice de poros de 1.43 .

De su propia definición, γ_{sum} , es el peso específico que aparenta tener el suelo cuando se encuentra sumergido en agua. Según el principio de Arquímedes, un cuerpo sumergido en un líquido recibe un empuje vertical hacia arriba igual al peso del volumen del líquido desalojado, es decir:

$$W_{sum} = W_t - W_w = \gamma_{sat} V_t - \gamma_w V_t = (\gamma_{sat} - \gamma_w) V_t$$

Por tanto, el peso específico sumergido puede obtenerse como:

$$\gamma_{sum} = \frac{W_{sum}}{V_t} = \gamma_{sat} - \gamma_w$$

De los problemas anteriormente resueltos, resultan las siguientes expresiones que permiten el cálculo del peso específico sumergido en función del índice de poros, la porosidad la densidad seca:

$$e = \frac{n}{1-n} \quad \gamma_d = \frac{\gamma_s}{1+e} \quad \gamma_{sat} = \frac{\gamma_s + \gamma_w e}{1+e}$$

Para los datos de este problema resulta:

a)

$$= \frac{\gamma_s}{\gamma_d} - 1 = \frac{2.7}{1.75} - 1 = 0.54 \quad \gamma_{sat} = \frac{2.7 + 0.54}{1 + 0.54} = 2.1 \text{ t/m}^3 \quad \gamma_{sum} = 2.1 - 1 = 1.1 \text{ t/}$$

b)

$$e = \frac{0.53}{1 - 0.53} = 1.125 \quad \gamma_{sat} = \frac{2.7 + 1.125}{1 + 1.125} = 1.8 \text{ t/m}^3 \quad \gamma_{sum} = 1.8 - 1 = 0.8 \text{ t/m}^3$$

c)

$$\gamma_{sat} = \frac{2.7 + 1.43}{1 + 1.43} = 1.7 \text{ t/m}^3 \quad \gamma_{sum} = 1.7 - 1 = 0.7 \text{ t/m}^3$$

PROBLEMA 6.

Encontrar una expresión que relacione la densidad seca de un suelo con su grado de saturación, su humedad natural y el peso específico de las partículas sólidas. Para un suelo con un peso específico de las partículas sólidas de 2.7 gr/cm^3 dibujar en un plano (w , γ_d) las curvas que se obtienen para grados de saturación del 20, 60, 80 y 100%.

Se pretende obtener una expresión que relacione γ_d con S_r , w , γ_s . La definición de peso específico seco es: $\gamma_d = W_s / V_t$. Las definiciones de los parámetros que se conocen, humedad, grado de saturación y peso específico del sólido, son:

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{V_w \gamma_w}{V_s \gamma_s} \quad S_r = \frac{V_w}{V_h} \quad \gamma_s = \frac{W_s}{V_s}$$

Combinando estas relaciones con la definición de peso específico seco se podrá obtener la expresión que las relaciona entre sí. La definición de peso específico seco se puede escribir como:

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V_t} = \frac{W_s}{V_h + V_s}$$

Por otro lado, la definición de peso específico de las partículas sólidas permite sustituir el peso de sólido:

$$\gamma_d = \frac{\gamma_s V_s}{V_h + V_s}$$

y si se introduce la definición de grado de saturación para eliminar V_h resulta:

$$\gamma_d = \frac{\gamma_s V_s}{V_w / S_r + V_s}$$

Finalmente, la definición de humedad conduce a la siguiente expresión:

$$\gamma_d = \frac{\gamma_s V_s}{(w V_s \gamma_s) / (S_r \gamma_w) + V_s}$$

y, dado que V_s aparece en todos los términos, puede eliminarse dando lugar a:

$$\gamma_d = \frac{\gamma_s}{(w \gamma_s) / (S_r \gamma_w) + 1} = \frac{\gamma_s S_r \gamma_w}{w \gamma_s + S_r \gamma_w}$$

que es la expresión pedida en el enunciado. Fijando $\gamma_s = 2.7 \text{ gr/cm}^3$, se obtendrá:

$$\gamma_d = \frac{2.7}{1 + 2.7 w / S_r}$$

Se pide dibujar curvas $\gamma_d = \gamma_d(w)$, fijando diversos valores de S_r (0.2, 0.6, 0.8, 1.0). Antes de obtener dichas curvas, se puede analizar cómo varía γ_d con w , si S_r y γ_s se mantienen fijos:

$$\frac{d \gamma_d}{d w} = \frac{-2.7^2 / S_r}{(1 + 2.7 w / S_r)^2}$$

dado que tanto S_r como el denominador son positivos, se tiene que la derivada es negativa para cualquier valor de S_r y w , es decir, γ_d varía de forma monótona decreciente con w , si S_r y γ_s se mantienen fijos. En la figura 6.1 se muestra la forma de la expresión $\gamma_d = \gamma_d(w)$ para diferentes grados de saturación.

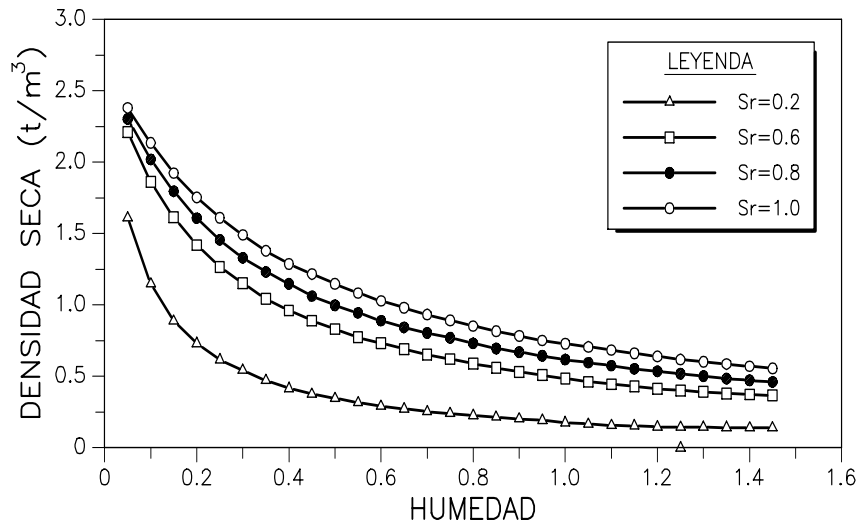


Figura 6.1 Curvas $\gamma_d - w$ para γ_s constante y S_r variable

Estas curvas son de interés en el contexto de la compactación de suelos. Debe notarse que una vez fijado el grado de saturación y la humedad del suelo, existe una única densidad seca y, por tanto, un único índice de poros compatible con esos dos valores. De hecho, fijado el grado de saturación, cuando la humedad tiende a cero, el índice de poros también tiende a cero. El caso límite con índice de poros igual a cero es inconsistente con el hecho de que el grado de saturación no se anule. Por otro lado, al aumentar la humedad, si el grado de saturación es bajo, el índice de poros aumenta hacia valores muy altos, poco probables en suelos. Por último, desde un punto de vista experimental, es mucho más fácil asegurar que la humedad se mantiene constante y el grado de saturación va variando al variar la densidad seca.

PROBLEMA 7.

Con la relación entre γ_s , S_r , w y γ_d obtenida en el problema anterior, dibujar el haz de curvas para unos pesos específicos de las partículas sólidas de 2.2, 2.6, 2.65, 2.7 y 2.75 gr/cm³ y un grado de saturación de la unidad.

La expresión obtenida en el problema anterior es :

$$\gamma_d = \frac{\gamma_s S_r \gamma_w}{w \gamma_s + S_r \gamma_w}$$

En este problema se fija $S_r = 1$, por lo que queda:

$$\gamma_d = \frac{\gamma_s}{\gamma_s w + 1}$$

en la que se ha tomado $\gamma_w = 1 \text{ gr/cm}^3$ y, por tanto, debe utilizarse γ_s en gr/cm^3 .

Se desea dibujar las curvas $\gamma_d = \gamma_d(w)$ para varios valores de γ_s (en este caso: 2.2, 2.6, 2.65, 2.7 y 2.75 gr/cm^3). En el Problema 6 se ha visto que γ_d decrece monótonamente con w cuando S_r y γ_s son fijos. En la figura 7.1 se representa gráficamente esta relación para diferentes valores de γ_s .

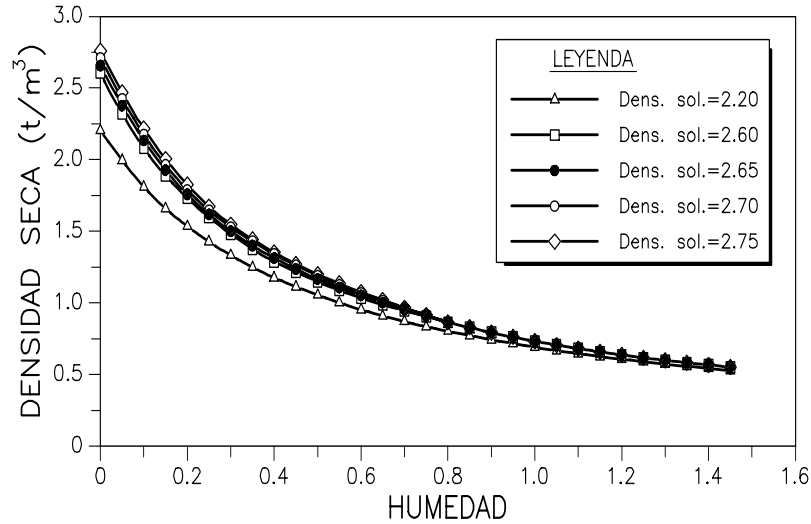


Figura 7.1 Curvas $\gamma_d - w$ para $S_r = 1$ y γ_s variable

PROBLEMA 8.

Se dispone de un suelo seco que ocupa un molde de 60 mm de diámetro y 150 mm de altura. El peso del suelo es de 950 gr. Con el fin de comprobar la distribución de los poros, éstos se llenan completamente con mercurio. ¿Cuánto pesará el suelo en estas condiciones?. Datos: $\gamma_s = 2.45 \text{ gr}/\text{cm}^3$, $\gamma_{Hg} = 13.6 \text{ gr}/\text{cm}^3$.

El volumen que ocupa el suelo es:

$$V_t = \frac{\pi D^2}{4} h = \frac{\pi 6^2}{4} 15 = 424.11 \text{ cm}^3$$

El peso inicial total es el peso de las partículas sólidas, pues el suelo está seco ($W_w = 0$, $w = 0$) mientras que en la situación final, todos los huecos están llenos de mercurio.

Con el suelo saturado de mercurio, se cumplirá la relación: $W_t = W_s + W_{Hg}$. El peso de mercurio que ocupa los poros es $W_{Hg} = V_{Hg} \gamma_{Hg}$ donde $V_{Hg} = V_h$. Por tanto, el peso del suelo saturado con mercurio se obtendrá como:

$$V_s = \frac{W_s}{\gamma_s} = \frac{950 \text{ gr}}{2.45 \text{ gr/cm}^3} = 387.76 \text{ cm}^3 \quad V_h = V_t - V_s = 424.11 - 387.76 = 36.35 \text{ cm}^3$$

$$W_{Hg} = 36.35 \text{ cm}^3 \times 13.6 \text{ gr/cm}^3 = 494.36 \text{ gr} \quad W_t = 950 + 494.36 = 1444.36 \text{ gr}$$

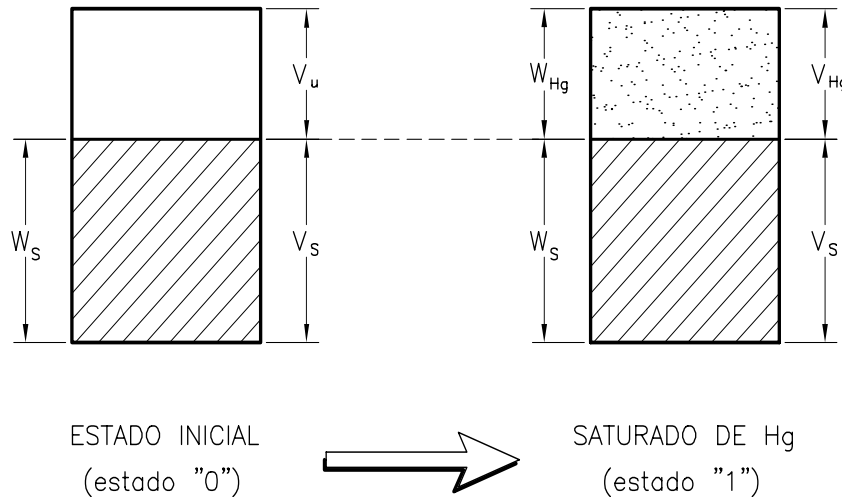


Figura 8.1 Diagrama unitario

PROBLEMA 9.

Un suelo natural tiene una humedad en el límite líquido de 40% y una humedad en el límite plástico de 30%. Determinar su índice de plasticidad, su índice de consistencia y su índice de fluidez sabiendo que tiene una humedad natural del 20%.

Se trata, simplemente, de aplicar las definiciones. La de índice de plasticidad es:

$$IP = w_l - w_p = 40 - 30 = 10 \%$$

Como indicador de la plasticidad de un suelo, este índice tenderá a ser alto en suelos arcillosos, y bajo en suelos granulares. Valores elevados de **IP** (gran diferencia entre w_l , w_p) indican que el suelo admite gran cantidad de agua para pasar del límite plástico al límite líquido.

Por otro lado, la definición de índice de consistencia es:

$$IC = \frac{w_L - w}{IP} = \frac{40 - 20}{10} = 2$$

e indica si el suelo se encuentra más o menos alejado del límite líquido. Al alejarse del mismo el suelo va ganando consistencia ($IC = 0$ cuando $w = w_L$, mientras que $IC = 1$ cuando $w = w_P$).

Por último, el índice de fluidez se define como:

$$IF = \frac{w - w_P}{IP} = \frac{20 - 30}{10} = -1$$

y, en este caso, se calcula con respecto a la humedad en el límite plástico ($IF = 1$ cuando $w = w_L$, mientras que $IF = 0$ cuando $w = w_P$). Como se puede observar, $IC + IF = 1$.

PROBLEMA 10.

Se preparan en el laboratorio 1000 gr de suelo mezclando 700 gr de arena ($\gamma_s = 2.8 \text{ t/m}^3$) y 0.300 l de agua. ¿Cuál es la máxima densidad seca que puede obtenerse con este suelo? ¿Qué volumen ocuparía este suelo si su grado de saturación fuese 0.5?

En el suelo obtenido se tendrá que $W_s = 700$ gr y $W_w = 300$ gr. Para calcular la máxima densidad seca, γ_d , basta aplicar su definición:

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V_t}$$

Puesto que peso de sólido ($W_s = 700$ gr) está fijo, γ_d será máximo cuando V_t sea mínimo. Dicho volumen total es:

$$V_t = V_h + V_s = V_a + V_w + V_s$$

y será mínimo cuando lo sea el volumen de aire (V_a), es decir, cuando el suelo se encuentre saturado. En esta situación, el volumen de suelo será:

$$V_t = V_s + V_w = \frac{W_s}{\gamma_s} + \frac{W_w}{\gamma_w} = \frac{700}{2.8} + \frac{300}{1.0} = 250 + 300 = 550 \text{ cm}^3$$

que se utiliza para calcular la máxima densidad seca:

$$(\gamma_d)_{\max} = \frac{W_s}{(V_t)_{\min}} = \frac{700}{550} = 1.27 \text{ gr/cm}^3$$

Si se toma $S_r = 0.5$ la densidad seca será menor. A partir de la definición de S_r , resulta:

$$S_r = \frac{V_w}{V_h} \quad V_h = \frac{V_w}{S_r}$$

Finalmente se calcula la densidad seca correspondiente a dicho grado de saturación:

$$V_h = \frac{300}{0.5} = 600 \text{ cm}^3 \quad V_t = V_s + V_h = 250 + 600 = 850 \text{ cm}^3$$

$$\gamma_d = \frac{700}{850} = 0.82 \text{ gr/cm}^3$$

PROBLEMA 11.

Un suelo granular con granulometría uniforme, tiene un índice de poros e_g , un peso específico γ_{sg} y una humedad w_g . Este suelo se mezcla con arcilla en una fracción en peso C . El peso específico de las partículas sólidas de la arcilla es γ_{sc} . Estimar la fracción crítica C_{crit} necesaria para que las partículas de la matriz granular dejen de estar en contacto.

Con objeto de que las partículas de la matriz granular se mantengan en contacto, es decir, la estructura del esqueleto granular no se modifique, se supone que el volumen del aire V_a se rellenará de arcilla y se mantendrá la misma cantidad de agua en el suelo. Lógicamente, este proceso es ideal, y en realidad se prepararía el suelo mezclando la fracción granular húmeda con la fracción arcillosa, supuesta sin agua. Las proporciones se encuentran indicadas en la figura 11.1.

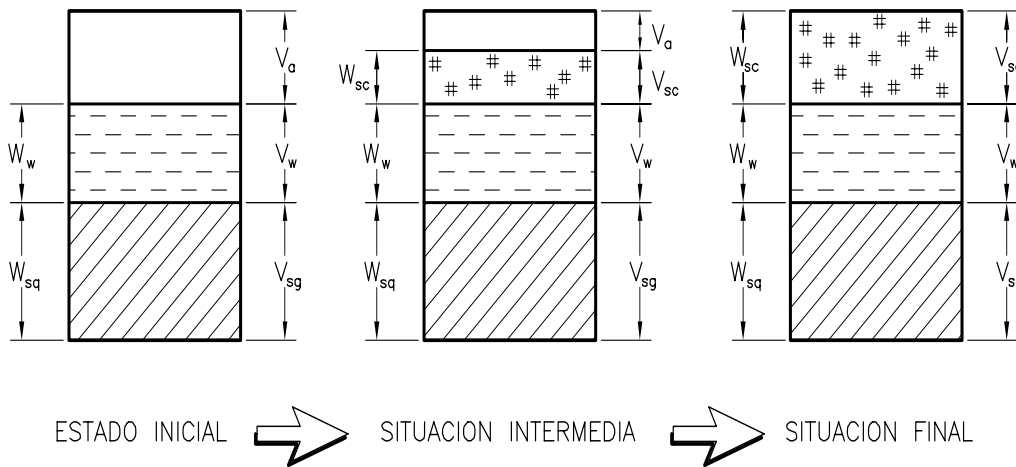


Figura 11.1 Proporción de cada suelo en la mezcla

Si se designa como W_{sc} al peso de las partículas arcillosas en el suelo y como W_{sg} el peso de las partículas granulares (peso que se mantiene constante), se tiene que la fracción en peso de suelo arcilloso será:

$$C_{crit} = \frac{(W_{sc})_{crit}}{(W_{sc})_{crit} + W_{sg}} = \frac{1}{1 + \frac{W_{sg}}{(W_{sc})_{crit}}}$$

donde se ha señalado como crítica para indicar que se desea obtener la cantidad que debe añadirse para no modificar la estructura del esqueleto granular. El volumen ocupado por la arcilla será:

$$V_{sc} = \frac{W_{sc}}{\gamma_{sc}}$$

La humedad y el índice de poros referidos al estado inicial del suelo son:

$$w_g = \frac{W_w}{W_{sg}} \quad e_g = \frac{V_h}{V_{sg}} = \frac{V_h}{W_{sg}/\gamma_{sg}}$$

El volumen de aire en el suelo puede expresarse en función de dichas variables:

$$V_a = V_h - V_w = e_g \frac{W_{sg}}{\gamma_{sg}} - \frac{W_w}{\gamma_w} = e_g \frac{W_{sg}}{\gamma_{sg}} - \frac{w_g W_{sg}}{\gamma_w} = \left(\frac{e_g}{\gamma_{sg}} - \frac{w_g}{\gamma_w} \right) W_{sg}$$

Finalmente basta con imponer que $V_a = V_{sc}$, o sea, que el volumen de aire sea ocupado por arcilla:

$$\frac{(W_{sc})_{crit}}{\gamma_{sc}} = \left(\frac{e_g}{\gamma_{sg}} - \frac{w_g}{\gamma_w} \right) W_{sg}$$

que al ser sustituido en la fracción en peso da lugar a:

$$C_{crit} = \frac{\gamma_{sc} W_{sg} \left(\frac{e_g}{\gamma_{sg}} - \frac{w_g}{\gamma_w} \right)}{\gamma_{sc} W_{sg} \left(\frac{e_g}{\gamma_{sg}} - \frac{w_g}{\gamma_w} \right) + W_{sg}} = \frac{\gamma_{sc} \left(\frac{e_g}{\gamma_{sg}} - \frac{w_g}{\gamma_w} \right)}{\gamma_{sc} \left(\frac{e_g}{\gamma_{sg}} - \frac{w_g}{\gamma_w} \right) + 1}$$

Debe notarse que esta fracción en peso está expresada en función del índice de poros y humedad referidas al estado inicial del suelo, y que una vez añadida la fracción arcillosa ambas variables adoptarán valores diferentes.

PROBLEMA 12.

Se dispone de un suelo tipo A y de otro tipo B. Se toman 10 kg del suelo tipo A y se mezclan con 30 kg del suelo tipo B. Las granulometrias de los suelos A y B se indican en la tabla siguiente. Obtener y

representar gráficamente la granulometría de la mezcla resultante. Determinar sus coeficientes de uniformidad y curvatura.

ϕ tamiz (mm)	% que pasa suelo A	% que pasa suelo B
50	100	
38	70	
19	50	
9.5	30	
4.75	20	
2	15	100
0.425	10	80
0.15	5	60
0.075	4	50
0.040	3	40
0.020	2	30
0.005	1	20
0.002	0	10

Si se toma un peso W_A de un suelo A con granulometría G_A , y se mezcla con un peso W_B de un suelo B con granulometría G_B , la granulometría de la mezcla G_M puede obtenerse como:

$$G_M = C_A G_A + C_B G_B$$

donde C_A y C_B son las fracciones en peso de cada suelo definidas como:

$$C_A = \frac{W_A}{W_A + W_B} \quad C_B = \frac{W_B}{W_A + W_B}$$

En efecto, ya que el % que pasa por cada tamiz, se obtendrá como:

$$G_M = (\% \text{ que pasa por un tamiz}) = \frac{W_A G_A + W_B G_B}{W_A + W_B} = C_A G_A + C_B G_B$$

Las fracciones en peso que corresponden a los datos de este problema son:

$$C_A = \frac{W_A}{W_A + W_B} = \frac{10}{40} = 0.25 \quad C_B = \frac{W_B}{W_A + W_B} = \frac{30}{40} = 0.75$$

A continuación se tabula la granulometría de la mezcla, que se representa gráficamente en la figura 12.1.

ϕ Tamiz	% Pasa _A	% Pasa _B	% Pasa mezcla
50mm	100		100
38mm	70		92.5
19mm	50		87.5
9.5mm	30		82.5
4.75mm	20		80
2mm	15	100	78.75
0.425mm	10	80	62.5
0.15mm	5	60	46.25
0.075mm	4	50	38.5
40 μ m	3	40	30.75
20 μ m	2	30	23
5 μ m	1	20	15.25
2 μ m	0	10	7.5

En el suelo tipo A, el 5% pasa por el tamiz #200 (0.074 mm de abertura) y más del 50% pasa por el tamiz #4 (5 mm de abertura), por lo que se trata de un suelo tipo grava. Sus coeficientes de curvatura y uniformidad son:

$$(C_c)_A = \frac{(D_{30})^2}{(D_{10})(D_{60})} = \frac{(9.5)^2}{0.42 \cdot 26} = 8 \quad (C_u)_A = \frac{(D_{60})}{(D_{10})} = \frac{26}{0.42} = 61.9$$

$$(C_c)_B = \frac{(D_{30})^2}{(D_{10})(D_{60})} = \frac{(0.02)^2}{0.002 \cdot 0.15} = 1.33 \quad (C_u)_B = \frac{(D_{60})}{(D_{10})} = \frac{0.15}{0.002} = 75$$

En el suelo tipo B, el 50% pasa por el tamiz #200 y el 100% pasa por el tamiz #4, por lo que se trata de un suelo de grano fino. En la mezcla fabricada menos del 50% (38.5%) pasa por el tamiz #200, por lo que se trata de un suelo de grano grueso. Asimismo, más del 12% pasa por el tamiz #200 y más del 50% (aproximadamente el 80% corresponde a 4.75 mm) pasa por el tamiz #4, por lo que se trata de un suelo SC o SM.

Los coeficientes de curvatura y uniformidad de la mezcla de ambos suelos son:

$$(C_c)_M = \frac{(0.04)^2}{0.42 \cdot 0.002} = 1.9 \quad (C_u)_M = \frac{0.42}{0.002} = 210$$

Como puede observarse en estos resultados, el suelo resultante tiene un coeficiente de uniformidad mucho mayor que los suelos originales, lo que indica que se ha conseguido una mejor graduación en la mezcla. Por lo que respecta a curvatura, el suelo mezcla es más parecido al suelo B, que parece dominar en esta propiedad.

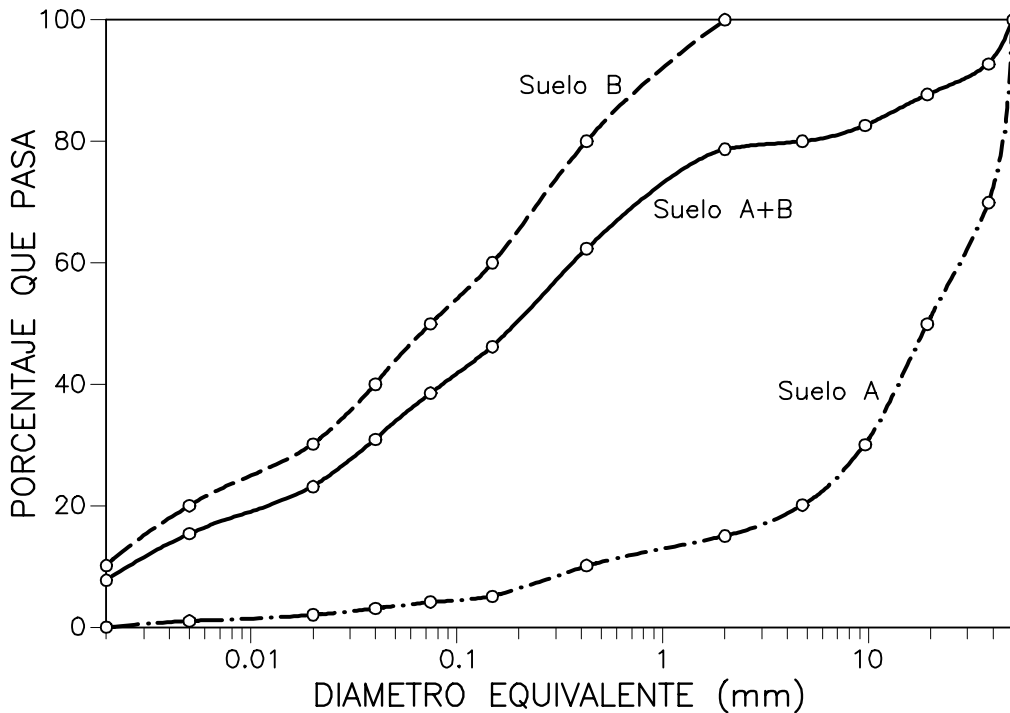


Figura 12.1 Curvas granulométricas de los suelos A, B y mezcla A+B

PROBLEMA 13.

Se dispone de un suelo limo-arcilloso en el que todas las partículas pasan por el tamiz #200 (0.075 mm). Con el fin de determinar su granulometría se procede a realizar un ensayo de sedimentación. Para ello se dispone de un baño termoestático a 20°; se utilizan 50 gr de suelo mezclados con 1000 ml de agua; y se toman muestras de 10 ml para diferentes tiempos a una profundidad de 10 cm, para la que se obtienen los valores de la tabla siguiente. Dibujar la curva granulométrica del suelo.

Muestra	Tiempo	Peso suelo seco (gr)
1	30 seg	0.45
2	3 min	0.40
3	10 min	0.30
4	30 min	0.25
5	2 h	0.20
6	8 h	0.15

Al medir el contenido de suelo en una suspensión en agua del mismo, se observa que dicho contenido disminuye al aumentar el tiempo de toma de la muestra. Esta disminución se debe a que las partículas de tamaño mayor descienden más rápidamente que las de tamaño menor y, por tanto, en cada tiempo de medida sucesivo hay tamaños mayores que van desapareciendo. A partir de la velocidad de descenso de partículas de diámetro D en el seno de un fluido es posible estimar la granulometría de un suelo de partículas finas.

La fórmula de Stokes permite obtener la velocidad teórica de descenso de una partícula esférica en el seno de un fluido:

$$v = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{18 \eta} D^2 \quad D = \sqrt{\frac{18 \eta}{\gamma_s - \gamma_w} v}$$

Si se dispone de una altura h , y una partícula desciende a una velocidad v , entonces en un tiempo $t = h/v$ habrá recorrido dicha altura. Por lo tanto, todas las partículas en suspensión en el interior de un recipiente de dicha altura, que desciendan a velocidad v habrán sedimentado. Puesto que la velocidad es una función del diámetro (según la fórmula de Stokes), se puede asegurar que al cabo de un cierto tiempo ya no quedan partículas de tamaño superior al diámetro dado para dicha velocidad. En este problema $h = 10$ cm y los tiempos se dan en forma tabulada. Sustituyendo este valor juntamente con el de la viscosidad del agua, $\eta = 0.001$ Pa.s, se tiene que el diámetro umbral en función del tiempo viene dado en este caso por:

$$D = \frac{0.33}{\sqrt{t}}$$

donde el tiempo t se expresa en segundos y el diámetro D en mm.

El porcentaje que pasa por un tamiz puede estimarse como la cantidad relativa de suelo que queda en suspensión para un determinado tiempo que, tal como se ha visto, se relaciona con un diámetro. Este porcentaje que pasa podrá, por tanto, evaluarse como $(c_i/c_0) \times 100$, siendo $c_i = W_i / V_i$ la concentración en la muestra extraída, W_i el peso de suelo extraído en cada tiempo (0.45, 0.40, 0.30...0.15 gr) y $V_i = 10$ ml el volumen extraído, constante en cada extracción. La concentración inicial de la muestra es:

$$c_o = \frac{50 \text{ gr}}{1000 \text{ ml}} = 0.05 \text{ gr/ml}$$

y por tanto:

$$\% \text{ que pasa} = \frac{W_t}{10 \times 0.05} \times 100 = 200 W_t$$

donde W_t se expresa en este caso en gramos. A partir de los datos del problema se obtiene la tabla de tiempos, diámetros y % que pasa por dicho diámetro:

t (seg)	D (mm)	%pasa
30	0.06	90
180	0.024	80
600	0.013	60
1800	0.0078	50
7200	0.0039	40
28600	0.0019	30

que corresponde a la curva granulométrica de la figura 13.1.

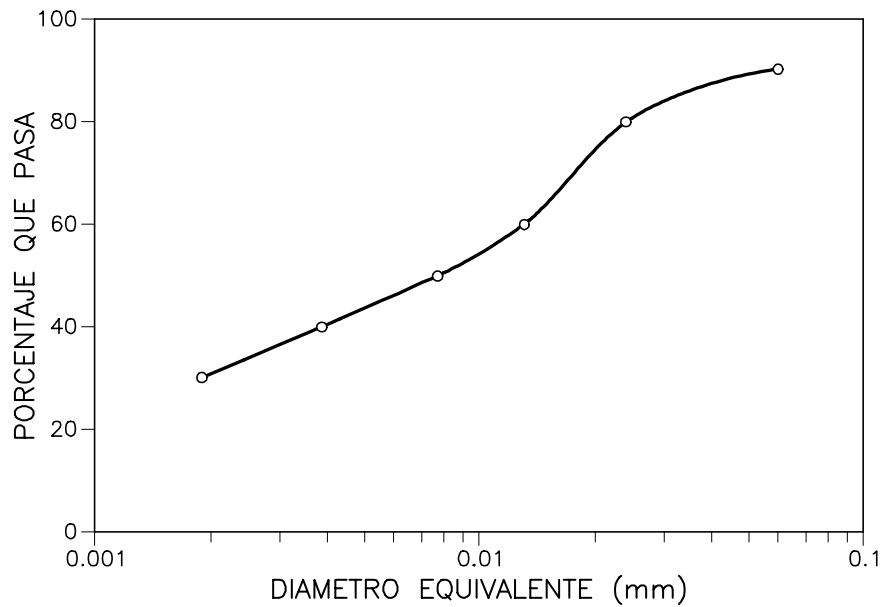


Figura 13.1 Curva granulométrica

PROBLEMA 14.

Se tienen una serie de suelos con los siguientes límites de Atterberg: $w_{L1} = 60\%$; $w_{PI} = 25\%$; $w_{L2} = 40\%$; $w_{P2} = 20\%$; $w_{L3} = 15\%$; $w_{P3} = 10\%$. Se pide compararlos en una gráfica de Casagrande y clasificarlos.

Suelo 1: $w_{L1} = 60\%$ y $w_{PI} = 25\%$, por tanto: $IP = 60\% - 25\% = 35\%$

Estos valores se encuentran en la zona central de la gráfica de Casagrande, aproximadamente sobre la línea "A". Se trata de un suelo tipo *CH*, es decir, una arcilla de alta plasticidad.

Suelo 2: $w_{L2} = 40\%$ y $w_{P2} = 20\%$, por tanto: $IP = 40\% - 20\% = 20\%$

Se trata en este caso de un suelo tipo *CL*, es decir, arcilla de baja plasticidad.

Suelo 3: $w_{L3} = 15\%$ y $w_{P3} = 10\%$, y por tanto: $IP = 15\% - 5\% = 5\%$

Estos valores se encuentran en la zona del gráfico en el que coexisten suelos limosos y arcillosos de baja plasticidad (*CL-ML*).

Capítulo 2. Tensiones y deformaciones. Tensión efectiva

PROBLEMA 15.

En un plano que forma un ángulo de 30° con la horizontal, un suelo está sometido a una tensión normal de 6 kp/cm^2 y a una tensión de corte de 2.83 kp/cm^2 . En el plano perpendicular al anterior, la tensión normal tiene un valor de 4 kp/cm^2 . Determinar las tensiones principales σ_1 y σ_3 , y la máxima tensión de corte que se produce en el suelo, así como las direcciones de los planos correspondientes. Obtener, asimismo, el estado tensional en un plano que forma un ángulo de 20° con el de máxima tensión de corte.

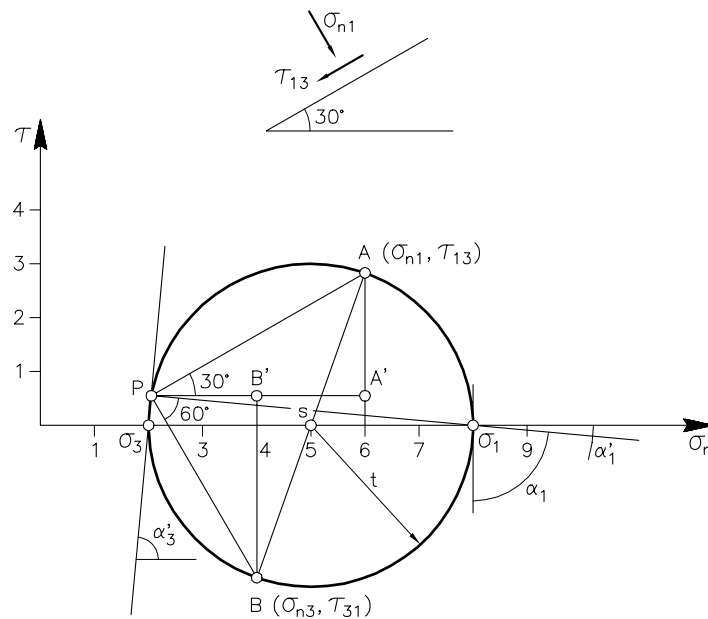


Figura 15.1 Círculo de Mohr, polo y direcciones principales

En primer lugar se representan los datos disponibles en forma de círculo de Mohr (Fig. 15.1). El punto A en dicho círculo representa la tensión normal y la tensión tangencial (σ_{n1} , τ_{13}) sobre un plano que forma 30° con la horizontal. En un plano perpendicular al mismo, la tensión normal y tangencial (σ_{n3} , τ_{31}) se

representan en un punto diametralmente opuesto al A y que se denomina B en dicha figura. Estos dos puntos (A, B) definen el círculo de Mohr. La orientación del plano en el que actúan (σ_{n1}, τ_{13}) permite situar el polo P del círculo de Mohr.

Las tensiones normal y tangencial en dos planos perpendiculares permiten también obtener el centro y el radio de dicho círculo de Mohr:

$$s = \frac{\sigma_{n1} + \sigma_{n3}}{2} = \frac{6+4}{2} = 5 \text{ kp/cm}^2 \text{ (centro)}$$

$$t = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_{n1})^2 + \tau_{13}^2} = \sqrt{(6-5)^2 + 2.83^2} = 3 \text{ kp/cm}^2 \text{ (radio)}$$

Asimismo, se obtienen la tensión máxima y las tensiones principales:

$$\tau_{\max} = t = 3 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_1 = s + t = 8 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = s - t = 2 \text{ kp/cm}^2$$

Una forma de resolver el problema y determinar las variables que se piden en el enunciado es hacerlo mediante la resolución de triángulos rectángulos. En primer lugar, se determinan los valores de las tensiones normal y de corte en el polo P (σ_p y τ_p) que serán útiles para los cálculos posteriores. Éstas se obtienen resolviendo dos triángulos rectángulos (Fig 15.1):

$$\text{Triángulo AA'P:} \quad \text{tg } 30^\circ = \frac{\tau_{13} - \tau_p}{\sigma_{n1} - \sigma_p} \quad \text{tg } 30^\circ = \frac{2.83 - \tau_p}{6 - \sigma_p}$$

$$\text{Triángulo BB'P:} \quad \text{tg } 60^\circ = \frac{-\tau_{31} + \tau_p}{\sigma_{n3} - \sigma_p} \quad \text{tg } 60^\circ = \frac{2.83 + \tau_p}{4 - \sigma_p}$$

Basta resolver estas dos ecuaciones con dos incógnitas para obtener:

$$\sigma_p = 2.05 \text{ kp/cm}^2 \quad \tau_p = 0.55 \text{ kp/cm}^2$$

Los ángulos que definen las direcciones principales (α_1 y α_3 , o bien, α_1' y α_3') son los ángulos del triángulo rectángulo cuyos vértices son P y los puntos de intersección del círculo con el eje (es decir, los puntos σ_1 y σ_3). Los ángulos α_1' y α_3' pueden obtenerse como:

$$\text{tg } \alpha_1' = \frac{\tau_p}{\sigma_1 - \sigma_p} = \frac{0.55}{8 - 2.05} \quad \alpha_1' = 5.3^\circ \text{ y } \alpha_3' = 90 - \alpha_1' = 84.7^\circ$$

que con respecto a la vertical son:

$$\alpha_1 = 84.7 \quad \alpha_3 = 174.7$$

Para obtener la orientación del plano en el que actúa τ_{\max} (dirección dada por PD en la figura 15.2) basta resolver el triángulo PD'D y obtener β (ángulo con respecto a la horizontal):

$$\text{tg } \beta = \frac{\tau_{\max} - \tau_p}{s - \sigma_p} = \frac{3 - 0.55}{5 - 2.05} \quad \beta = 39.7^\circ$$

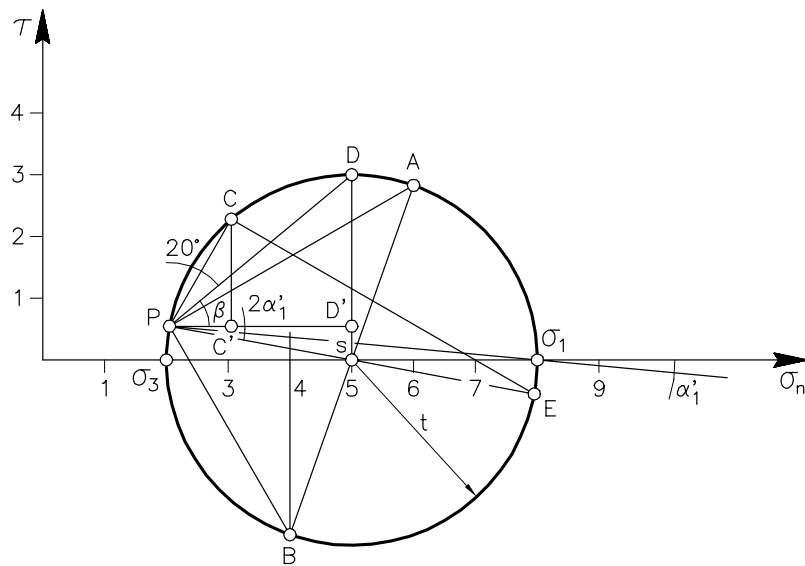


Figura 15.2 Círculo de Mohr, máxima tensión de corte y estado tensional en plano que forma 20° con la dirección de máximo corte

Para obtener las tensiones normal y tangencial en el punto C, se resuelve el triángulo PC'C, es decir:

$$\operatorname{tg}(\beta + 20) = \frac{\tau_c - \tau_p}{\sigma_c - \sigma_p} = \frac{\tau_c - 0.55}{\sigma_c - 2.05}$$

Pero dado que se tienen dos incógnitas hay que buscar otra relación, que en este caso se puede plantear a partir de los triángulos PEC y PC'C:

$$\sigma_c - \sigma_p = 2 t \cos(2\alpha'_1 + \beta + 20) \cos(20 + \beta) \quad \sigma_c = 3.07 \text{ kp/cm}^2$$

y sustituyendo en la anterior, resulta $\tau_c = 2.3 \text{ kp/cm}^2$.

PROBLEMA 16.

En un punto de una arena compacta actúan unas tensiones $\sigma_{n1} = 7.0 \text{ kp/cm}^2$ (σ_v) y $\tau_{13} = 2.2 \text{ kp/cm}^2$ en un plano vertical, y $\sigma_{n3} = 5.0 \text{ kp/cm}^2$ (σ_v) en un plano horizontal. Este estado tensional sufre sucesivamente las siguientes modificaciones:

- reducción de τ_{13} hasta 0.0 kp/cm^2 ;
- aumento de σ_{n1} hasta 8.42 kp/cm^2 y disminución de σ_{n3} hasta 3.58 kp/cm^2 ;
- reducción de τ_{31} hasta -2.0 kp/cm^2 ;
- aumento de σ_v hasta 8.42 kp/cm^2 y reducción de σ_h hasta 3.58 kp/cm^2 ;

- e) aumento de σ_{n1} hasta 10.0 kp/cm^2 y de σ_{n3} hasta 5.16 kp/cm^2 ;
 f) reducción de σ_{n3} hasta 4.58 kp/cm^2 ;
 g) aumento indefinido de σ_{n1} .

Representar en los planos $(\sigma_1-\sigma_3)$, $(s-t)$ y $(p-q)$ ($\sigma_2=\sigma_3$) la trayectoria tensional correspondiente, así como los círculos de Mohr del estado inicial y de los sucesivos estados finales indicados y de sus polos. ¿Es idéntico el estado tensional al final del apartado b) al inicial del suelo? ¿Y los estados tensionales al final de los apartados c) y d)? Si se hace la hipótesis de que el suelo llega a rotura cuando $\tau > 0.735\sigma_n$ en algún plano, ¿se llega a rotura en la trayectoria indicada? ¿Cuándo? ¿En qué plano se produce?

En el estado inicial dado en el enunciado de este problema se tienen los siguientes valores de las variables tensionales del espacio de Lambe, tensiones principales y espacio de Cambridge (Fig. 16.1):

$$s = \frac{\sigma_{n1} + \sigma_{n3}}{2} = \frac{7+5}{2} = 6 \text{ kp/cm}^2 \text{ (centro)}$$

$$t = \sqrt{(\sigma_{n1} - s)^2 + \tau_{13}^2} = \sqrt{(7-6)^2 + 2.2^2} = 2.42 \text{ kp/cm}^2 \text{ (radio)}$$

$$\sigma_1 = s + t = 8.42 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = s - t = 3.58 \text{ kp/cm}^2$$

$$p = 1/3 (\sigma_1 + 2 \sigma_3) = 5.2 \text{ kp/cm}^2 \quad q = \sigma_1 - \sigma_3 = 2 \tau_{\max} = 4.84 \text{ kp/cm}^2$$

Situación a). Reducción de τ_{13} hasta 0.0 kp/cm^2 (Fig. 16.2):

$$\sigma_{n1} = \sigma_1 = 7 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_{n3} = \sigma_3 = 5 \text{ kp/cm}^2 \quad \text{puesto que } \tau_{13} = \tau_{31} = 0$$

$$s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{7+5}{2} = 6 \text{ kp/cm}^2 \text{ (centro)} \quad t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{7-5}{2} = 1 \text{ kp/cm}^2 \text{ (radio)}$$

$$p = 5.19 \text{ kp/cm}^2 \quad q = 2 \text{ kp/cm}^2$$

Situación b). Aumento de σ_{n1} hasta 8.42 kp/cm^2 y disminución de σ_{n3} hasta 3.58 kp/cm^2 (Fig. 16.3):

$$\sigma_1 = 8.42 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = 3.58 \text{ kp/cm}^2 \quad \text{puesto que } \tau_{13} = \tau_{31} = 0$$

$$s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{8.42 + 3.52}{2} = 6 \text{ kp/cm}^2 \quad t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{8.42 - 3.52}{2} = 2.45 \text{ kp/cm}^2$$

$$p = 5.19 \text{ kp/cm}^2 \quad q = 4.9 \text{ kp/cm}^2$$

Situación c). Reducción de τ_{31} hasta -2.0 kp/cm^2 (Fig. 16.4):

$$s = \frac{\sigma_{n1} + \sigma_{n3}}{2} = 6 \text{ kp/cm}^2 \quad t = \sqrt{(\sigma_{n1} - s)^2 + \tau_{13}^2} = \sqrt{(8.42 - 6)^2 + 2^2} = 3.14 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma_1 = s + t = 9.14 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = s - t = 2.86 \text{ kp/cm}^2$$

$$p = 4.95 \text{ kp/cm}^2 \quad q = 6.28 \text{ kp/cm}^2$$

Situación d). Aumento de σ_v hasta 8.42 kp/cm^2 y reducción de σ_h hasta 3.58 kp/cm^2 (Fig 16.5):

$$s = \frac{\sigma_{n1} + \sigma_{n3}}{2} = 6 \text{ kp/cm}^2 \quad t = \sqrt{(\sigma_{n1} - s)^2 + \tau_{13}^2} = 3.14 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma_1 = s + t = 9.14 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = s - t = 2.86 \text{ kp/cm}^2$$

$$p = 4.95 \text{ kp/cm}^2 \quad q = 6.28 \text{ kp/cm}^2$$

Situación e). Aumento de σ_{n1} hasta 10.0 kp/cm^2 y de σ_{n3} hasta 5.16 kp/cm^2 (Fig. 16.6):

$$s = \frac{10 + 5.16}{2} = 7.58 \text{ kp/cm}^2 \quad t = \sqrt{(10 - 7.58)^2 + 2^2} = 3.14 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma_1 = s + t = 10.72 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = s - t = 4.44 \text{ kp/cm}^2$$

$$p = 6.53 \text{ kp/cm}^2 \quad q = 6.28 \text{ kp/cm}^2$$

Situación f). Reducción de σ_{n3} hasta 4.58 kp/cm^2 (Fig. 16.7):

$$s = \frac{10 + 4.58}{2} = 7.29 \text{ kp/cm}^2 \quad t = \sqrt{(10 - 7.29)^2 + 2^2} = 3.37 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma_1 = s + t = 10.66 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = s - t = 3.92 \text{ kp/cm}^2$$

$$p = 6.17 \text{ kp/cm}^2 \quad q = 6.74 \text{ kp/cm}^2$$

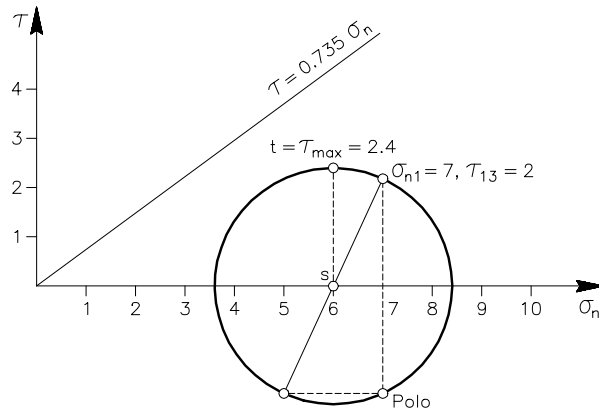


Figura 16.1 Círculo de Mohr correspondiente al estado inicial de tensiones

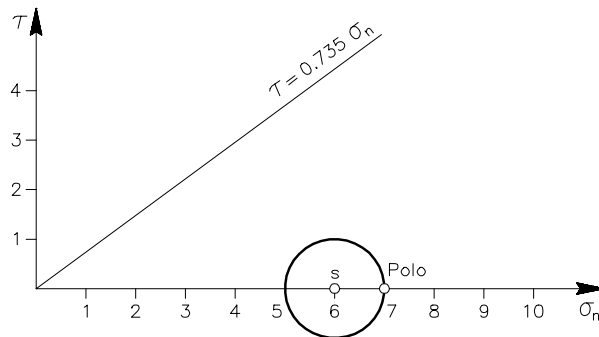


Figura 16.2 Círculo de Mohr en la Situación a)

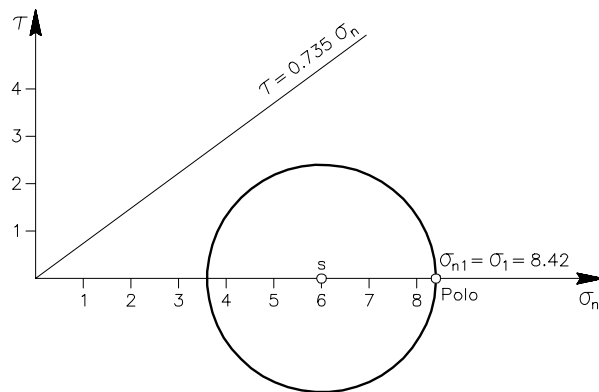


Figura 16.3 Círculo de Mohr en la Situación b)

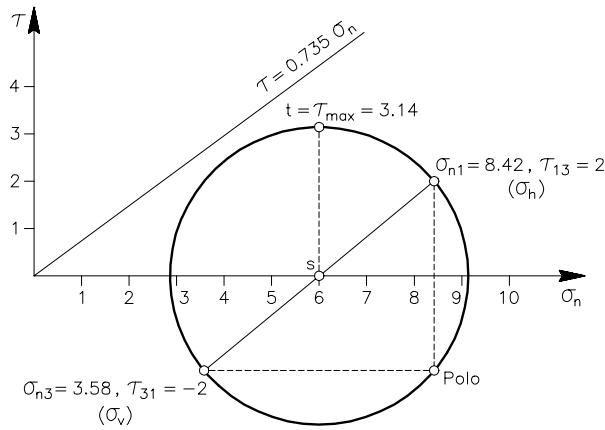


Figura 16.4 Círculo de Mohr en la Situación c)

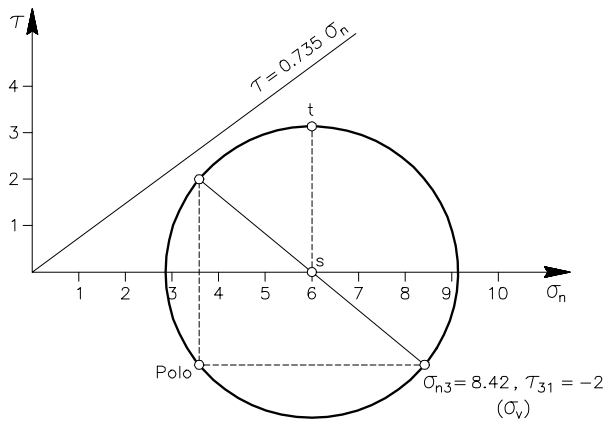


Figura 16.5 Círculo de Mohr en la Situación d)

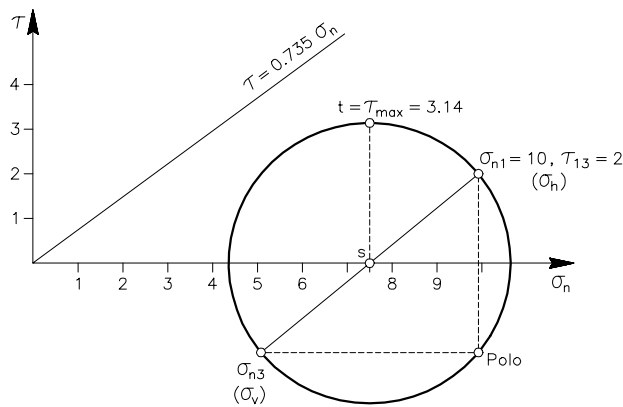


Figura 16.6 Círculo de Mohr en la Situación e).

Situación g). Aumento indefinido de σ_{n1} .

Un aumento de tensión indefinido llevará al suelo a un estado de rotura. Este estado se alcanza, según el enunciado, al cumplirse la relación $\tau = 0.735\sigma_n$.

En el caso planteado, es razonable suponer que el estado tensional en el plano ortogonal (σ_{n3}, τ_{31}) se mantiene fijo, es decir, tal como estaba en la Situación f), y asimismo también es razonable mantener τ_{13} fijo. En la figura 16.7 se observa que al ir aumentando la tensión σ_{n1} se producirá la rotura cuando el estado tensional corresponda al círculo e_r , es decir, se alcance la tangencia a la recta $\tau = 0.735\sigma_n$. El círculo e'_r , que corresponde a un estado en rotura arbitrario, se utiliza auxiliariamente para determinar la solución. Puesto que los círculos de Mohr en rotura son tangentes a una recta y tienen el centro en otra, son homotéticos (las distancias desde cualquier par de puntos alineados con la intersección de las dos rectas a dicha intersección mantienen una misma proporción).

Como se ha dicho, se llegará a rotura cuando, con las condiciones establecidas (aumento de σ_{n1} , y mantenimiento de σ_{n3}, τ_{31} y τ_{13} fijos) se obtenga un círculo de Mohr tangente a dicha recta, $\tau = 0.735\sigma_n$. Una vez alcanzado el círculo e_r si se aumentase σ_n , se obtendría un círculo secante a la recta de rotura y existirían puntos por encima de la misma. Por lo tanto, existirían planos con un estado tensional (σ_n, τ) no aceptable para el suelo.

Para comprobar que en ningún estado anterior del suelo se ha alcanzado la rotura, se ha dibujado la condición de rotura ($\tau = 0.735\sigma_n$) en todas las figuras (16.1 a 16.6). Como puede observarse, en ninguno de los estados tensionales anteriores hay rotura ya que todos los círculos de Mohr están por debajo de la recta $\tau = 0.735\sigma_n$.

El estado tensional correspondiente al círculo de Mohr en rotura se puede calcular mediante una homotecia entre el círculo de Mohr en rotura (e_r) y otro auxiliar (e'_r) situado en cualquier posición. El círculo de Mohr auxiliar e'_r se ha dibujado tomando como centro $s' = 2.8 \text{ kp/cm}^2$, por lo que se tiene:

$$t' = s' \sin \phi = 2.8 \sin 36.31^\circ = 1.66 \text{ kp/cm}^2$$

donde el ángulo se ha obtenido a partir de la pendiente de la recta de rotura, es decir:

$$\phi = \arctg \frac{\tau_n}{\sigma_n} = \arctg 0.735 = 36.31^\circ$$

Y el ángulo:

$$\delta = \arctg \frac{\tau_{31}}{\sigma_{n3}} = \arctg \frac{2}{4.58} = 23.6^\circ$$

corresponde a la recta que une los puntos (σ_{n3}, τ_{31}) y (σ'_{n3}, τ'_{31}) que son homotéticos, es decir, alineados con el origen de coordenadas. La razón de la homotecia R se define como:

$$R = \frac{\tau_{31}}{\tau'_{31}} = \frac{\sigma_{n3}}{\sigma'_{n3}}$$

o utilizando dos magnitudes homotéticas cualquiera. Puesto que se desconoce el valor de τ'_{31} hay que buscar relaciones geométricas en el círculo e'_r :

$$(s' - \sigma'_{n3})^2 + \tau'_{31}{}^2 = t'^2 \quad \frac{\tau'_{31}}{\sigma'_{n3}} = \operatorname{tg} \delta$$

$$\sigma'_{n3} = 1.23 \text{ kp/cm}^2 \quad \tau'_{31} = 0.54 \text{ kp/cm}^2$$

y por tanto la razón de la homotecia es:

$$R = \frac{\tau'_{31}}{\tau'_{31}} = \frac{2}{0.54} = 3.7$$

A partir de lo anterior puede obtenerse cualquier otra variable del círculo de Mohr en rotura. Para ello basta multiplicar los valores obtenidos en el círculo e'_r por la razón R :

$$s = s' R = 2.8 \cdot 3.7 = 10.3 \quad t = t' R = 6.1 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma_1 = \sigma'_1 R = (s' + t') R = (2.8 + 1.66) \times 3.7 = 16.4 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma_3 = \sigma'_3 R = (s' - t') R = (2.8 - 1.66) \times 3.7 = 4.2 \text{ kp/cm}^2$$

En el plano donde se produce la rotura se tiene el estado tensional como:

$$(\sigma_n)_r = (\sigma'_n)_r R \quad (\tau)_r = (\tau')_r R$$

Para encontrar los valores de σ'_n y τ'_r basta resolver el triángulo origen-punto de tangencia-centro $(Or's_r')$, es decir:

$$(\sigma'_n)_r = \sqrt{s'^2 - t'^2} \cos \phi = 2.25 \cos (36.31) = 1.82$$

$$(\tau'_r)_r = \sqrt{s'^2 - t'^2} \sin \phi = 2.25 \sin (36.31) = 1.33$$

y en el círculo real en rotura, las tensiones normal y tangencial son:

$$(\sigma_n)_r = 1.82 \times 3.7 = 6.7 \text{ kp/cm}^2$$

$$(\tau)_r = 1.33 \times 3.7 = 4.9 \text{ kp/cm}^2$$

Por último, los parámetros p y q en rotura son:

$$p = \frac{1}{3} (\sigma_1 + 2 \sigma_3) = \frac{1}{3} (16.4 + 2 \times 4.2) = 8.27 \text{ kp/cm}^2$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = 16.4 - 4.2 = 12.2 \text{ kp/cm}^2$$

En resumen, en rotura se han obtenido:

$$s = 10.3 \text{ kp/cm}^2 \quad t = 6.1 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma_1 = 16.4 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = 4.2 \text{ kp/cm}^2$$

$$p = 8.27 \text{ kp/cm}^2 \quad q = 12.2 \text{ kp/cm}^2$$

En las figuras 16-8, 16-9 y 16-10 se representan respectivamente las trayectorias seguidas en los planos $\sigma_1-\sigma_3$, $s-t$ y $p-q$.

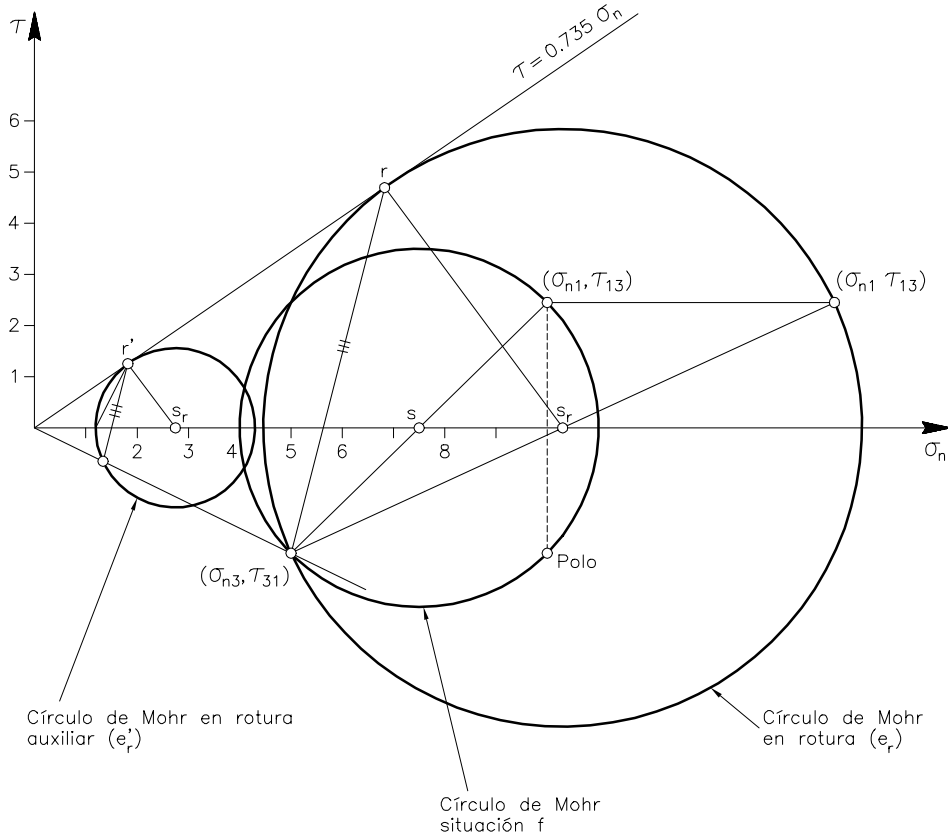


Figura 16.7 Círculos de Mohr en rotura

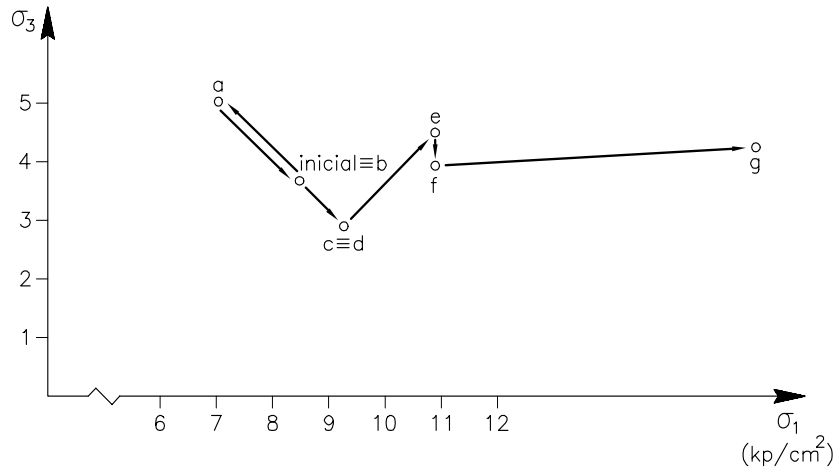


Figura 16.8 Trayectoria de tensiones en el plano $\sigma_1 - \sigma_3$

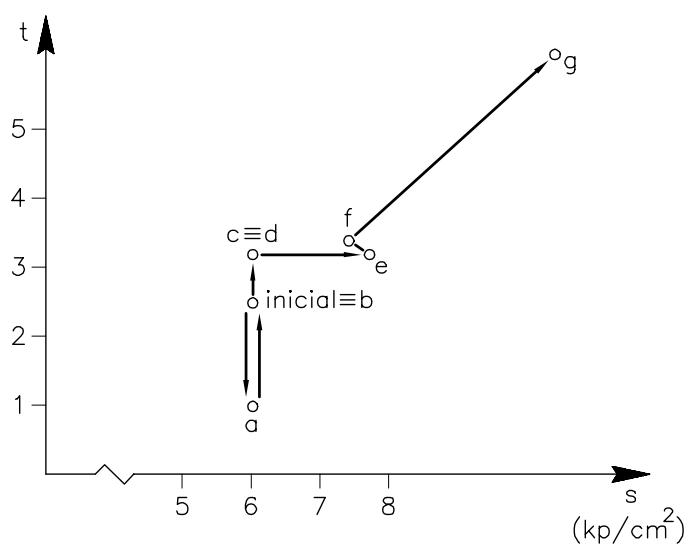


Figura 16.9 Trayectoria de tensiones en el plano $s - t$

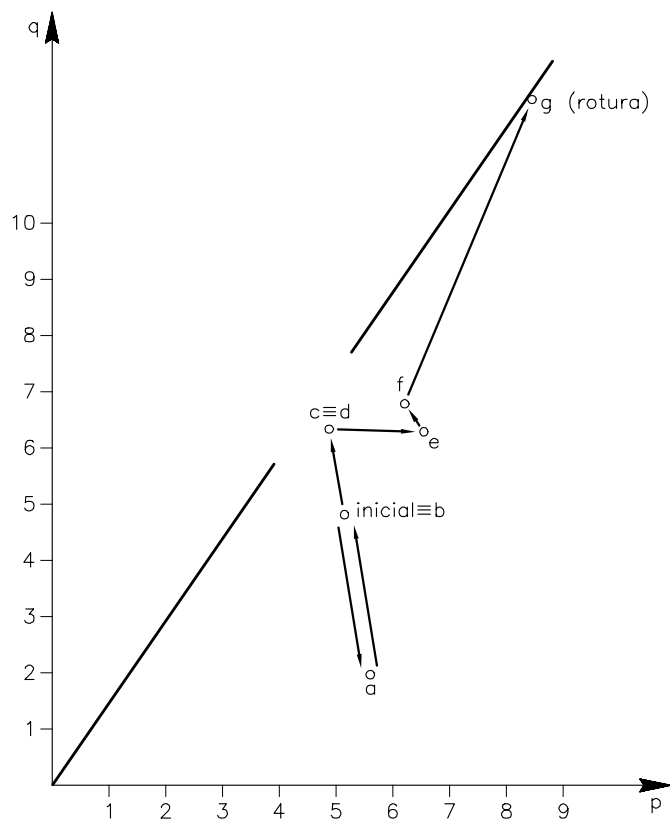


Figura 16.10 Trayectoria de tensiones en el plano $p - q$

El círculo de Mohr de un estado tensional viene definido por la posición de su centro (s) y su radio (t). Pero no basta con esto para disponer de toda la información del estado tensional. Hay que *orientar* el círculo de Mohr. Esta orientación viene dada por la posición del polo que permite asociar cada estado tensional con un plano específico. Así, por ejemplo, los círculos de Mohr de los estados inicial y en la *Situación b*) coinciden geoméricamente, al ser un mismo círculo (idénticos valores de s y t según se observa en la Fig. 16.9). Sin embargo, puede comprobarse que los estados tensionales son distintos.

Como puede observarse en las Figs. 16.1 y 16.3, a pesar de ser círculos iguales, tienen diferente posición del polo. Si los polos coincidiesen, entonces los estados tensionales serían idénticos, pues para cualquier plano α definirían en él un mismo estado tensional. Es decir, para que dos círculos de Mohr esten asociados a un mismo estado tensional, no basta con que se superpongan (iguales valores de s y t), si no que deben tener asociado un mismo polo. Asimismo, en los estados *c*) y *d*) se obtiene un mismo círculo de Mohr y sin embargo se trata de estados tensionales distintos ya que también tienen distintos polos.

PROBLEMA 17.

Sobre dos planos perpendiculares actúan unas tensiones cuyas componentes normales a los mismos son $\sigma_{n1}=7.0 \text{ kp/cm}^2$ y $\sigma_{n3}=3.0 \text{ kp/cm}^2$. Se sabe además que el plano en que actúa σ_{n3} forma 67.5° con el plano en que actúa σ_1 . Determinar τ_{13} , τ_{31} , σ_1 , σ_3 , s , t , p y q ($\sigma_2=\sigma_3$).

Puesto que se dispone de σ_{n1} y σ_{n3} , se puede obtener la situación del centro del círculo de Mohr (Fig. 17.1) que se calcula como:

$$s = \frac{\sigma_{n1} + \sigma_{n2}}{2} = 5 \text{ kp/cm}^2$$

Sea π el plano sobre el que actúa σ_{n3} . En principio no se conoce el valor de τ_{31} , pero el estado tensional sobre dicho plano definirá un punto (σ_{n3} , τ_{31}) situado sobre la recta r (Fig. 17.1). Se puede suponer un cierto valor de τ_{31} y una posición del polo P (Fig. 17.2). En dicha figura se indica el ángulo α que, según el enunciado, es el formado por el plano π y el plano en el que actúa σ_1 .

Si el ángulo α es de 67.5° , el ángulo β debe ser $\beta = 2\alpha = 135^\circ$ (el ángulo central que abarca un cierto arco en una circunferencia es igual al doble de cualquier ángulo inscrito que abarque el mismo arco). Al conocer este ángulo el problema queda resuelto. En efecto, si se traza la recta s (Fig. 17.3), que forma un ángulo de 135° con la horizontal, el punto de intersección entre r y s corresponde al estado tensional en el plano π y, por tanto, se puede determinar τ_{31} .

Una vez conocidos s y el punto (σ_{n3} , τ_{31}) puede representarse el círculo de Mohr correspondiente a este estado tensional. Sin embargo, no se tiene definido totalmente el estado tensional ya que no se puede orientar el círculo de Mohr, es decir, no se conoce la posición del polo. De hecho resulta innecesario para la resolución del problema tal como se ha propuesto.

Las tensiones de corte y radio del círculo de Mohr son:

$$\tau_{13} = -\tau_{31} = 2 \text{ kp/cm}^2 \quad t = \sqrt{(\sigma_{n1} - s)^2 + \tau_{31}^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2.83 \text{ kp/cm}^2$$

No se conoce cuáles son los planos principales (planos en los que actúan σ_1 y σ_3), pero sí los módulos de dichas tensiones principales:

$$\sigma_1 = s + t = 7.83 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = s - t = 2.17 \text{ kp/cm}^2$$

Y con estos valores se obtienen finalmente:

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) = 4.06 \text{ kp/cm}^2 \quad q = (\sigma_1 - \sigma_3) = 5.66 \text{ kp/cm}^2$$

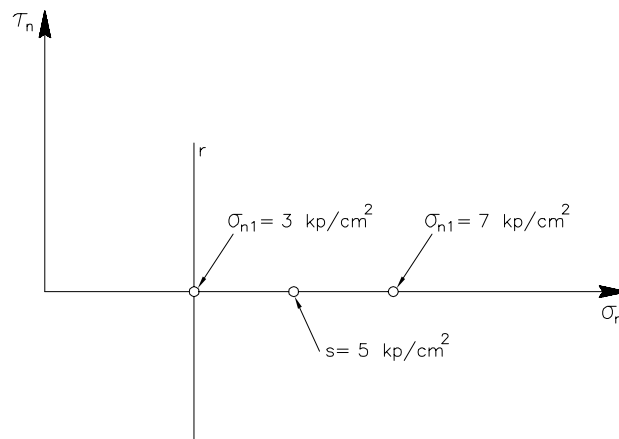


Figura 17.1 Datos de partida del problema representados gráficamente.

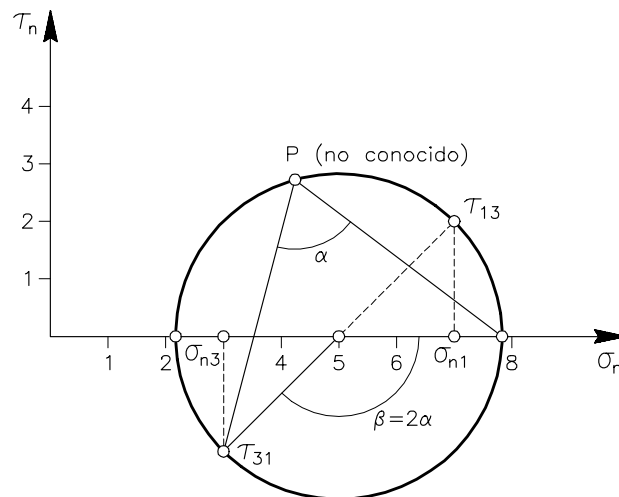


Figura 17.2 Situación del polo P no conocida

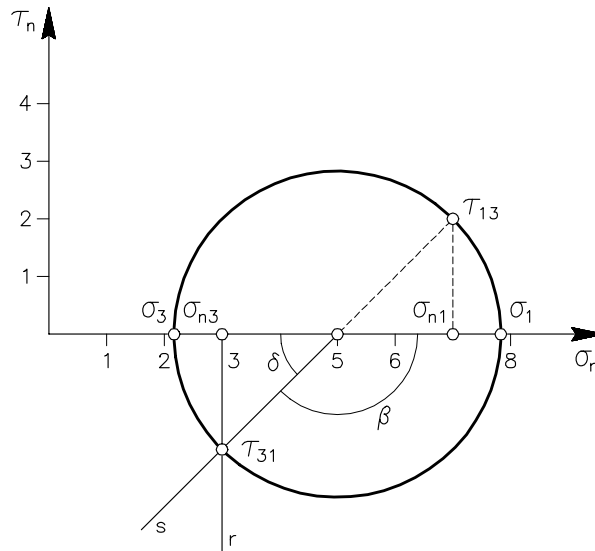


Figura 17.3 Solución del problema

PROBLEMA 18.

En la figura 18.1 se representa una carga repartida p sobre una banda indefinida de ancho $2b$. El estado tensional generado (supuesto un comportamiento elástico) se puede definir por:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= p (\alpha + \sin \alpha) / \pi \\ \sigma_3 &= p (\alpha - \sin \alpha) / \pi \\ \sigma_z &= p (\alpha + \sin \alpha \cos(\alpha + 2\delta)) / \pi\end{aligned}$$

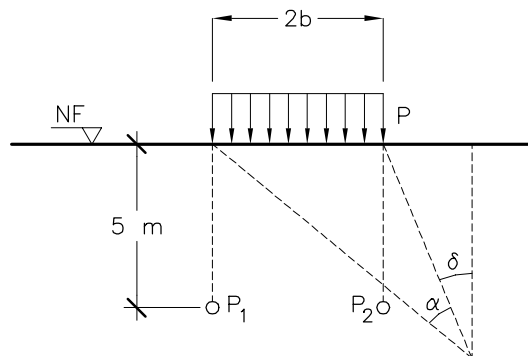


Figura 18.1 Esquema de la carga en faja

Se considera un punto (alternativamente P_1 o P_2 en la figura 18.1) bajo el borde de la banda y a una profundidad de 5 m. Suponiendo $b=5$ m y $p=10$ t/m²:

- Obtener la dirección de las tensiones principales σ_1, σ_3 .
- Determinar la magnitud y el sentido de la τ asociada a σ_z .
- Estimar el estado tensional "real" del punto P ($\sigma_1, \sigma_3, \sigma_1', \sigma_3'$ y sus direcciones) si la banda indefinida anterior se ha aplicado sobre un terreno con $\gamma_n=2 \text{ t/m}^3$ y $K_o=0.6$.
- Dibujar la trayectoria del polo P del círculo de Mohr al aplicar la banda indefinida.

El primer paso para definir la dirección de σ_1 y σ_3 es calcular su valor, así como el de σ_z , para poder orientar el círculo de Mohr. Se tienen las siguientes tensiones según la solución elástica dada en el enunciado:

$$\delta = 0 \text{ (} P_2 \text{) y } \delta = -\alpha \text{ (} P_1 \text{)} \quad \text{tg } \alpha = \frac{10 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 2 \quad \alpha = 63.43^\circ$$

$$\sigma_1 = 10 \frac{1.107 + \text{sen}(63.43)}{\pi} = 6.37 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_3 = 10 \frac{1.107 - \text{sen}(63.43)}{\pi} = 0.68 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_z = 10 \frac{1.107 + \text{sen}(63.43) \cos(63.43)}{\pi} = 4.80 \text{ t/m}^2$$

El centro y radio del círculo de Mohr se pueden calcular como:

$$s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{6.37 + 0.68}{2} = 3.525 \text{ t/m}^2$$

$$t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{6.37 - 0.68}{2} = 2.845 \text{ t/m}^2$$

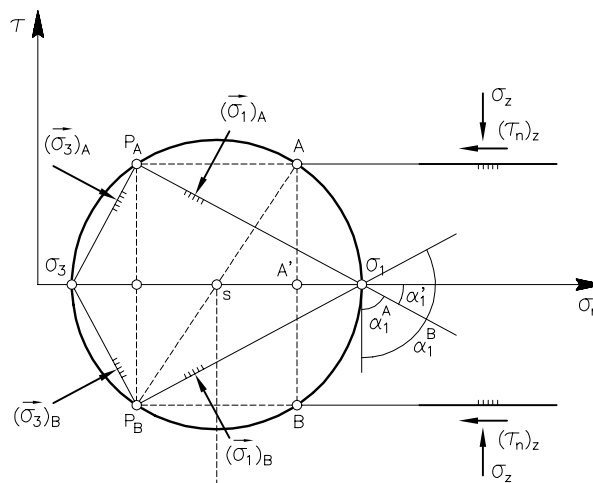


Figura 18.2 Círculo de Mohr del estado tensional debido a la carga en faja

Conocidos σ_1 y σ_3 queda determinado el círculo de Mohr (Fig. 18.2). En dicha figura se señalan los puntos P_1 y P_2 correspondientes a la vertical bajo el borde de la carga en faja. La tensión normal y tangencial sobre un plano horizontal que pase por el punto P_1 debe ser el punto A o el punto B indicados

en el círculo de Mohr. Si P_I se corresponde con A , entonces el polo del círculo de Mohr sería P_A , en caso contrario sería P_B . Para discernir de cuál de los dos se trata puede analizarse la Fig. 18.3 que muestra de forma cualitativa cómo se orientarán las tensiones principales en puntos bajo lo extremos de la carga en faja. Puede verse que la tensión principal σ_1 está orientada hacia la carga en faja mientras que la tensión σ_3 será ortogonal a σ_1 . Con esta visualización de las tensiones principales es fácil deducir que la posición del polo correspondiente a P_I es P_A mientras que para P_2 el polo es P_B . Una vez que se conoce la posición del polo es inmediato determinar la tensión tangencial en un plano horizontal.

Una vez determinado el círculo de Mohr, es posible obtener la orientación de los planos en los que actúan las tensiones principales:

$$\alpha_1' = \arctg\left(\frac{\tau}{\sigma_1 - \sigma}\right) = \arctg\left(\frac{2.54}{6.37 - 2.25}\right) = 31.65^\circ$$

$$\alpha_1^A = 90 - 31.65 = 58.35^\circ \quad \text{y} \quad \alpha_1^B = 90 + 31.65 = 121.65^\circ$$

$$\alpha_3^A = 58.35 + 90 = 148.35^\circ \quad \text{y} \quad \alpha_3^B = 121.65 + 90 = 211.65^\circ = 31.65^\circ$$

Por otro lado, el triángulo $AA'S$ (Fig. 18.2) permite obtener la tensión de corte asociada a σ_z , es decir, la tensión tangencial sobre un plano horizontal:

$$(\tau)_z = \sqrt{t^2 - (\sigma_z - s)^2} = \sqrt{2.845^2 - (4.80 - 3.525)^2} = 2.54 \text{ t/m}^2$$

En el punto P_2 (Fig. 18.1), el estado tensional está definido por el punto B (Fig. 18.2) y por tanto la tensión de corte en un plano horizontal tiene igual magnitud pero signo opuesto, $\tau_z = -2.54 \text{ t/m}^2$.

Con estos resultados queda definido el estado tensional causado por la carga en faja. Este estado tensional es el que se produciría sobre un medio en ausencia de peso propio. Para completar el estado tensional total y calcular las tensiones efectivas debe añadirse al estado tensional causado por el peso propio de terreno y, en el caso de las tensiones efectivas, calcular la presión intersticial.

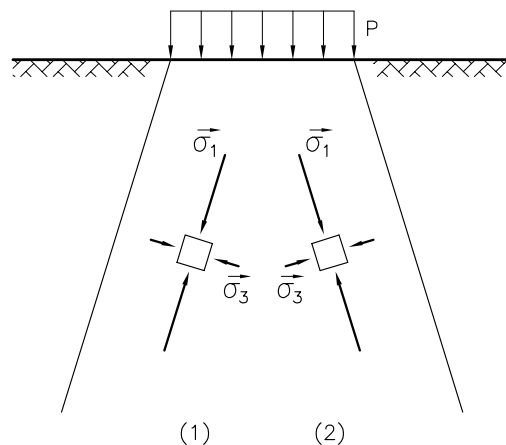


Figura 18.3 Orientación aproximada de las direcciones principales

La suma de los estados tensionales debe hacerse de forma que se tengan en cuenta tanto la magnitud como la orientación de los mismos. El estado tensional asociado a un plano es una magnitud vectorial y, en general, tendrá una componente normal (σ_n) y una componente tangencial (τ) al plano. El vector tensión asociado a cualquier plano puede definirse en la base local. Dicha base local se compone de un vector unitario normal y un vector unitario tangencial, \mathbf{n} y \mathbf{t} , respectivamente.

La forma general de plantear la suma de dos estados tensionales consiste en definir dos planos α , β y calcular sobre cada uno de ellos las tensiones normales y tangenciales producidas por cada estado tensional, es decir:

$$\begin{array}{cccc} (\sigma_{n\alpha})_1 & (\tau_{\alpha})_1 & (\sigma_{n\beta})_1 & (\tau_{\beta})_1 \\ (\sigma_{n\alpha})_2 & (\tau_{\alpha})_2 & (\sigma_{n\beta})_2 & (\tau_{\beta})_2 \end{array}$$

y obtener las tensiones normal y tangencial como suma en esos dos planos que puede realizarse directamente al ser las distintas componentes paralelas:

$$\begin{array}{ll} (\sigma_{n\alpha})_3 = (\sigma_{n\alpha})_1 + (\sigma_{n\alpha})_2 & (\tau_{\alpha})_3 = (\tau_{\alpha})_1 + (\tau_{\alpha})_2 \\ (\sigma_{n\beta})_3 = (\sigma_{n\beta})_1 + (\sigma_{n\beta})_2 & (\tau_{\beta})_3 = (\tau_{\beta})_1 + (\tau_{\beta})_2 \end{array}$$

Con esta suma, se tendrán dos puntos del nuevo estado tensional y, por tanto, del círculo de Mohr: $(\sigma_{n\alpha})_3, (\tau_{\alpha})_3$ y $(\sigma_{n\beta})_3, (\tau_{\beta})_3$. Si los planos elegidos son ortogonales entre sí, los puntos correspondientes en el círculo de Mohr serán diametralmente opuestos. Por simplicidad, se tomarán α y β de modo que los planos correspondientes sean el horizontal y el vertical, aunque en realidad puede tomarse cualquier par de planos.

La tensión vertical (que actúa sobre un plano horizontal) inducida por el peso del terreno para un punto situado a 5 m de profundidad es:

$$(\sigma_z)_o = \gamma_n h = 2 \times 5 = 10 \text{ t/m}^2$$

Si se supone que el terreno se encuentra saturado y con el nivel freático en superficie la presión intersticial correspondiente a ese mismo punto será:

$$u = \gamma_w z = 1 \text{ t/m}^3 \times 5 \text{ m} = 5 \text{ t/m}^2$$

Para este suelo, el peso específico sumergido será:

$$\gamma_{sat} = \gamma_n \quad \gamma_{sum} = \gamma_{sat} - \gamma_w = 2 - 1 = 1 \text{ t/m}^3$$

En consecuencia, las tensiones efectivas y totales, considerando K_o aplicable directamente como relación entre tensiones efectivas horizontales y verticales, se obtendrán como:

$$\begin{array}{l} (\sigma'_z)_0 = \gamma_{sum} h = 1 \times 5 = 5 \text{ t/m}^2 \\ (\sigma'_h)_0 = K_o (\sigma'_z)_0 = 0.6 \times 5 = 3 \text{ t/m}^2 \\ (\sigma_h)_0 = (\sigma'_h)_0 + u = 3 + 5 = 8 \text{ t/m}^2 \\ (\tau_{zh})_0 = 0 \end{array}$$

En estos mismos planos (vertical y horizontal), el estado tensional inducido por la carga en faja es:

$$\begin{array}{l} (\sigma_z)_p = 4.80 \text{ t/m}^2 = \sigma_v \\ (\tau_{zh})_p = 2.54 \text{ t/m}^2 \\ (\sigma_h)_p = s - (\sigma_z - s) = 2s - \sigma_z = 2 \times 3.525 - 4.80 = 2.25 \text{ t/m}^2 \end{array}$$

Al disponer de las tensiones normales y tangenciales sobre los planos vertical y horizontal, el estado tensional inducido por ambas sollicitaciones (carga en faja y peso propio del terreno) resulta como:

$$(\sigma_z)_{\text{suma}} = (\sigma_z)_0 + (\sigma_z)_p = 10 + 4.80 = 14.80 \text{ t/m}^2$$

$$(\sigma_h)_{\text{suma}} = (\sigma_h)_0 + (\sigma_h)_p = 8 + 2.25 = 10.25 \text{ t/m}^2$$

$$(\tau_{zh})_{\text{suma}} = (\tau_{zh})_0 + (\tau_{zh})_p = 0 + 2.54 = 2.54 \text{ t/m}^2$$

y las tensiones efectivas:

$$(\sigma'_z)_{\text{suma}} = (\sigma_z)_{\text{suma}} - u = 14.8 - 5 = 9.8 \text{ t/m}^2$$

$$(\sigma'_h)_{\text{suma}} = (\sigma_h)_{\text{suma}} - u = 10.25 - 5 = 5.25 \text{ t/m}^2$$

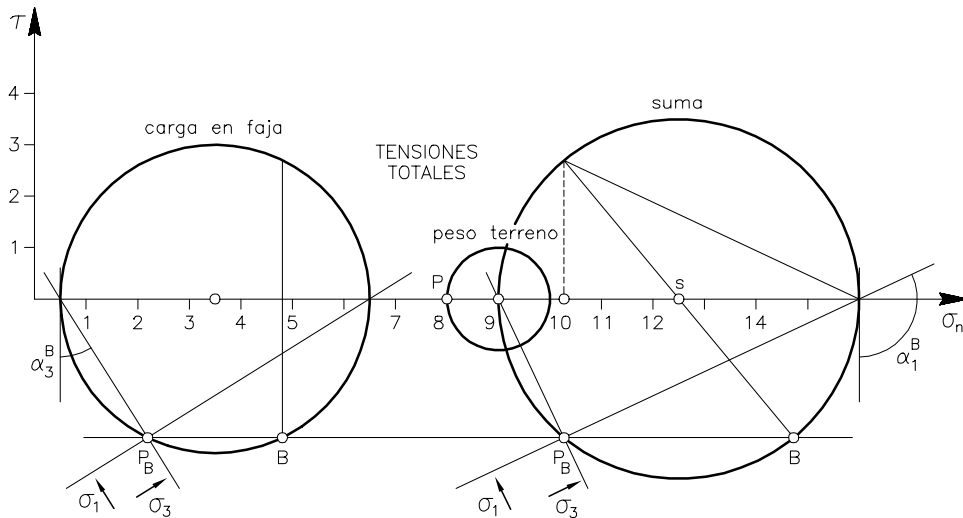


Figura 18.4 Círculos de Mohr en tensiones totales

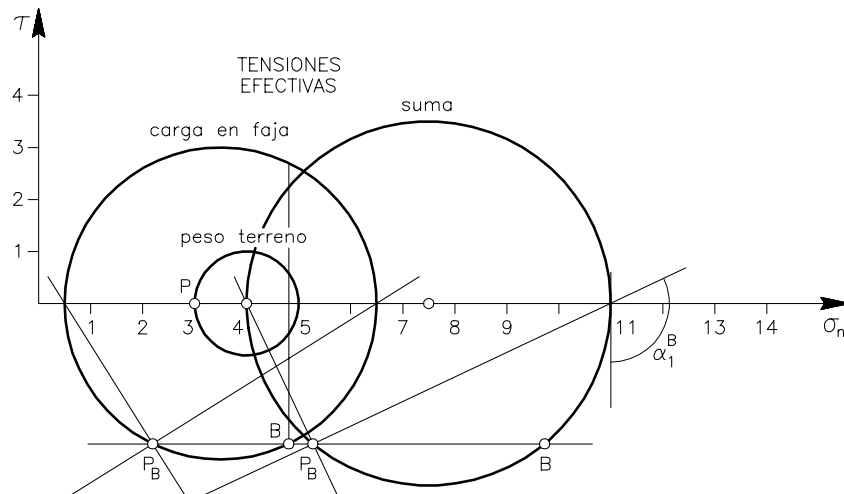


Figura 18.5 Círculos de Mohr en tensiones efectivas

En las figuras 18.4 y 18.5 se han dibujado los círculos de Mohr asociados a cada uno de estos estados tensionales, tanto para cada uno de ellos por separado como para su suma. El centro y el radio del círculo de Mohr del estado tensional suma (tensiones totales) vienen dados por:

$$s = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2} = \frac{14.80 + 10.25}{2} = 12.525 \text{ t/m}^2$$

$$t = \sqrt{\tau^2 + (\sigma_z - s)^2} = \sqrt{2.54^2 + (14.8 - 12.525)^2} = 3.41 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_1 = s + t = 15.94 \text{ t/m}^2, \quad \sigma_3 = s - t = 9.12 \text{ t/m}^2$$

Y la orientación de los planos en los que se produce la tensión principal mayor:

$$\alpha_1' = \arctg\left(\frac{\tau_n}{\sigma_1 - \sigma_h}\right) = \arctg\left(\frac{2.54}{15.94 - 10.25}\right) = 24.1^\circ$$

$$\alpha_1^A = 69.5^\circ \text{ y } \alpha_1^B = 114.1^\circ$$

El centro, radio y tensiones principales para el estado suma (tensiones efectivas) vienen dados por:

$$s' = s - u = 12.525 - 5 = 7.525 \text{ t/m}^2 \quad t' = t = 3.41 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - u = 10.94 \text{ t/m}^2 \quad \sigma'_3 = \sigma_3 - u = 4.12 \text{ t/m}^2$$

Puede observarse que el radio (t) del círculo en tensiones totales es idéntico que el del círculo de Mohr en tensiones efectivas. Esto se debe a que las tensiones efectivas tangenciales son equivalentes a las totales y el valor de la presión intersticial no juega ningún papel.

PROBLEMA 19.

Sabiendo que en un cierto punto de un suelo la deformación de corte máxima ($\gamma_{xy \max}$) se produce en un plano vertical, y que en un plano que forma un ángulo α con la vertical se produce una deformación ϵ_n , encontrar el valor de las deformaciones principales y en qué planos se producen (en función de $\gamma_{xy \max}$, ϵ_n y α).

Se supone conocido el círculo de Mohr en deformaciones (Fig. 19.1). Dado que la máxima deformación de corte se produce en un plano vertical, es inmediato conocer el polo P (se realiza con respecto a planos, pero si se toma con respecto a direcciones el resultado final es el mismo, aunque entonces el polo se encuentra en posición diametralmente opuesta). Una vez conocido el polo es inmediato determinar en este caso que las deformaciones principales se producen en planos que forman ángulos de 45° con el plano vertical (ϵ_1 forma -45° y ϵ_3 forma 45°).

Conocido el polo se obtiene directamente el estado deformacional del plano que forma un ángulo α con la vertical (punto A en la figura 19.1). Se resuelve el triángulo OAB (utilizando que, para un mismo arco, el ángulo central en una circunferencia es el doble del ángulo inscrito) y se obtiene la magnitud AB . Con ello, y sabiendo que la deformación normal en el punto A es ϵ_n , se determina la posición del centro del círculo de Mohr, es decir:

$$s_e = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{2} = \epsilon_n + \frac{1}{2}(\gamma_{xy})_{\max} \sin 2\alpha$$

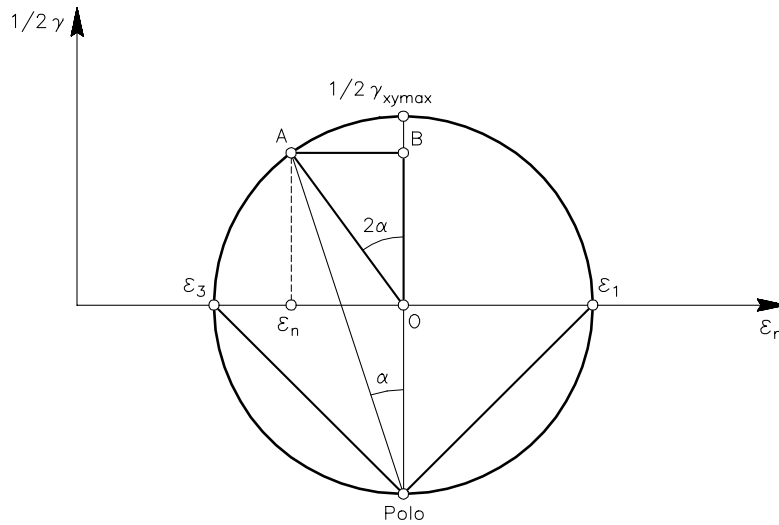


Figura 19. 1 Círculo de Mohr en deformaciones

Adicionalmente, la máxima deformación de corte $(\gamma_{xy})_{\max}$ se relaciona con el radio del círculo de Mohr:

$$t_e = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_3}{2} = \frac{1}{2}(\gamma_{xy})_{\max}$$

Sumando las ecuaciones anteriores, se obtiene:

$$\epsilon_1 = \epsilon_n + \frac{1}{2}(\gamma_{xy})_{\max} (1 + \sin 2\alpha)$$

y substituyendo en cualquiera de las anteriores resulta:

$$\epsilon_3 = \epsilon_n - \frac{1}{2}(\gamma_{xy})_{\max} (1 - \sin 2\alpha)$$

PROBLEMA 20

En el terreno de la figura 20.1 se realizan las siguientes operaciones:

- colocación de un terraplén de 2 m de altura y de grandes dimensiones que una vez compactado tiene una $\gamma_n = 2 \text{ t/m}^3$;
- eliminación del terraplén anterior;
- rebajamiento del nivel freático en 1 m;
- excavación de grandes dimensiones de 3 m de profundidad.

Obtener, para los puntos de terreno no excavados, las leyes de tensiones verticales y horizontales (σ_v ,

σ'_v , σ'_h y σ_h). Suponer que las presiones intersticiales son las definidas hidroestáticamente por el nivel freático en cada caso sin ninguna generación adicional, y que en descargas y recargas $d\sigma'_h/d\sigma'_v=0.1$. Dibujar las trayectorias tensionales en los planos $(\sigma'_v, \sigma'_v - \sigma'_h, \sigma_h)$, $(s', s - t', t)$ y $(p', p - q', q)$ ($\sigma_2 = \sigma_3$) para el punto indicado en la figura 20.1.

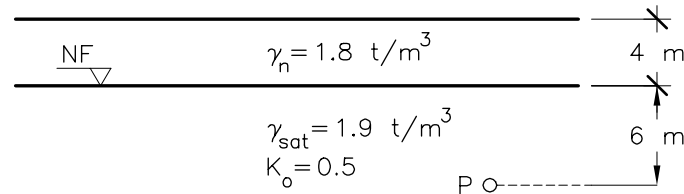


Figura 20.1 Geometría. Características del terreno y posición del nivel freático

En la situación inicial (que se identificará como *Situación 0*) actúa únicamente el peso propio del terreno (unidades de tensiones: t/m^2) y da lugar a las siguientes tensiones verticales (total y efectiva):

$$0 \leq z \leq 4$$

$$(\sigma_v)_0 = \gamma_n z = 1.8 z$$

$$z > 4$$

$$(\sigma_v)_0 = 4\gamma_n + (z-4)\gamma_{sat} = 1.9 z - 0.4$$

$$u = \gamma_w (z-4) = z - 4$$

$$(\sigma'_v)_0 = (\sigma_v)_0 - u = 0.9 z + 3.6$$

Con objeto de determinar las tensiones horizontales (sobre planos verticales) se recurre al coeficiente de empuje al reposo (K_0) que se define como la relación entre tensiones efectivas horizontales y verticales. Por tanto, las tensiones horizontales (efectiva y total) serán:

$$(\sigma'_h)_0 = K_0 \sigma'_v = 0.5 \times (0.9z + 3.6) = 0.45z + 1.8$$

$$(\sigma_h)_0 = \sigma'_h + u = 1.45z - 2.2$$

Como puede verse, para calcular σ_h primero hay que obtener σ'_h . Al disponer del valor de coeficiente de empuje al reposo, ha sido posible el cálculo de la tensión efectiva horizontal a partir del valor de la tensión efectiva vertical. Por otro lado, se supondrá que el suelo, inicialmente, se encuentra normalmente consolidado.

La colocación del terraplén (que se identificará como *Situación 1*) se asimila a una carga uniformemente repartida de valor:

$$\Delta\sigma_v = 2 (\gamma_n)_{\text{terraplén}} \quad \Delta\sigma_v = 4 t/m^2$$

$$0 \leq z \leq 4$$

$$(\sigma_v)_1 = (\sigma_v)_0 + \Delta\sigma_v = 1.8 z + 4$$

$$z > 4$$

$$(\sigma_v)_1 = (\sigma_v)_0 + \Delta\sigma_v = 1.9 z - 0.4 + 4 = 1.9 z + 3.6$$

$$(\sigma'_v)_1 = (\sigma'_v)_0 + \Delta\sigma_v = 0.9 z + 3.6 + 4 = 0.9 z + 7.6$$

Este incremento de carga produce un aumento de las tensiones verticales totales y efectivas, habiendo

supuesto además que la presión intersticial no se modifica. El aumento de tensión efectiva vertical hace que el suelo siga normalmente consolidado y sin deformaciones laterales (condiciones unidimensionales). Por tanto:

$$\begin{aligned}(\sigma'_h)_1 &= K_0 (\sigma'_v)_1 = (0.9 z + 7.6) \times 0.5 = 0.45 z + 3.8 \\(\sigma_h)_1 &= (\sigma'_h)_1 + u = 1.45 z + 3.8 + z - 4 = 1.45 z - 0.2\end{aligned}$$

La siguiente operación consiste en la eliminación del terraplén (que se identificará como *Situación 2*). La eliminación del terraplén supone una descarga con el consiguiente descenso en el estado tensional y las tensiones verticales volverán al estado anterior a su colocación. Se produce una variación de la tensión vertical de -4 t/m^2 que es lo que se había cargado al construir el terraplén. Es decir, se trata simplemente de restar el incremento añadido anteriormente. Las tensiones verticales que resultan son:

$$\begin{aligned}0 \leq z \leq 4 \\(\sigma_v)_2 &= (\sigma_v)_1 + \Delta\sigma_v = (\sigma_v)_1 - 4 = (\sigma_v)_0 \\z > 4 \\(\sigma_v)_2 &= (\sigma_v)_1 - 4 = (\sigma_v)_0 \\(\sigma'_v)_2 &= (\sigma'_v)_1 - 4 = (\sigma'_v)_0\end{aligned}$$

Sin embargo, respecto a las tensiones horizontales, debido al comportamiento elastoplástico del suelo, no se producirá en descarga un retorno a los valores iniciales antes de la construcción del terraplén. Para poder estimar cómo se recuperan las tensiones horizontales, se proporciona en este problema una ley lineal con variación de 0.1. Con este valor, la variación en descarga de tensiones efectivas horizontales es:

$$\begin{aligned}(\sigma'_h)_2 &= (\sigma'_h)_1 + \Delta\sigma_h \\ \Delta\sigma'_h &= 0.1 \Delta\sigma'_v = 0.1 (-4) = -0.4 \\(\sigma'_h)_2 &= 0.45 z + 3.8 - 0.4 = 0.45 z + 3.4 \\(\sigma_h)_2 &= (\sigma'_h)_2 + u = 0.45 z + 3.4 + z - 4 = 1.45 z - 0.6\end{aligned}$$

La siguiente acción que se debe realizar es el rebajamiento en 1 m del nivel freático (se identificará como *Situación 3*). Dicho rebajamiento de nivel freático tiene dos efectos. En primer lugar, varía la ley de presiones de agua que pasará de ser $u = \gamma_w(z - 4)$ a ser $u = \gamma_w(z - 5)$. En segundo lugar, y con una influencia menor en este caso, varía la ley de tensiones totales debido a que el peso en la zona no saturada es γ_n en lugar de γ_{sat} .

El suelo en $4 \leq z \leq 5$ pasa a estar por encima del nivel freático y por tanto:

$$\sigma_z = 4 \gamma_n + \gamma_n (z - 4) = \gamma_n z, \quad 4 \leq z \leq 5$$

En $z > 5$ la nueva ley de tensiones es:

$$\sigma_v = 5 \gamma_n + \gamma_{sat} (z - 5)$$

Con estas leyes de tensiones totales verticales, se pueden calcular las correspondientes tensiones efectivas:

$$\begin{aligned}0 \leq z \leq 4 \\(\sigma_v)_3 &= (\sigma_v)_2 \\4 \leq z \leq 5 \\(\sigma_v)_3 &= \gamma_n z = 1.8 z\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z &> 5 \\
 (\sigma_v)_3 &= 5 \gamma_n + \gamma_{sat} (z-5) = 1.9 z - 0.5 \\
 (\sigma'_v)_3 &= (\sigma_v)_3 - u = 1.9 z - 0.5 - (z-5) = 0.9 z + 4.5 \\
 \Delta\sigma'_v &= (\sigma'_v)_3 - (\sigma'_v)_2 = (0.9 z + 4.5) - (0.9 z + 3.6) = 0.9
 \end{aligned}$$

Puesto que este aumento de tensión vertical (0.9) es menor que 4 (peso del terraplén) hay que considerarlo como una recarga (dicha recarga se produciría hasta llegar a 4, que es la máxima tensión a la que ha estado sometido el terreno), por tanto:

$$\begin{aligned}
 \Delta\sigma'_h &= 0.1 \times 0.9 = 0.09 \\
 (\sigma'_h)_3 &= 0.45 z + 3.4 + 0.09 = 0.45 z + 3.49 \\
 (\sigma_h)_3 &= (\sigma'_h)_3 + u = 0.45 z + 3.49 + z - 5 = 1.45 z - 1.51
 \end{aligned}$$

En caso que el incremento de tensión a añadir fuese superior a 4 t/m² sería necesario aplicar el incremento en dos pasos. Un primer paso en recarga hasta llegar a la presión de preconsolidación y un segundo paso desde la misma.

La última acción consiste en la realización de una excavación de 3 m de profundidad (se identificará como *Situación 4*). Al escavar se produce una descarga en el suelo de valor:

$$\Delta\sigma_v = -3 \gamma_n = -3 \times 1.8 = -5.4 \text{ t/m}^2$$

Las tensiones verticales se calculan de acuerdo con:

$$\begin{aligned}
 3 &< z \leq 5 \\
 (\sigma_v)_4 &= (\sigma_v)_3 + \Delta\sigma_v = 1.8 z - 5.4 \\
 z &> 5 \\
 (\sigma_v)_4 &= (\sigma_v)_3 + \Delta\sigma_v = 1.9 z - 0.5 - 5.4 = 1.9 z - 5.9 \\
 (\sigma'_v)_4 &= (\sigma'_v)_3 + (\Delta\sigma_v) = 0.9 z + 4.5 - 5.4 = 0.9 z - 0.9
 \end{aligned}$$

y las tensiones horizontales vienen dadas por:

$$\begin{aligned}
 (\sigma'_h)_4 &= (\sigma'_h)_3 + \Delta\sigma'_h \\
 \Delta\sigma'_h &= 0.1 \Delta\sigma'_v = 0.1 \times (-5.4) = -0.54 \\
 (\sigma'_h)_4 &= 0.45 z + 3.49 - 0.54 = 0.45 z + 2.95 \\
 (\sigma_h)_4 &= (\sigma'_h)_4 + u = 0.45 z + 2.95 + z - 5 = 1.45 z - 2.05
 \end{aligned}$$

que son las expresiones en el estado final.

Las leyes obtenidas en función de z se particularizarán para el punto P que sitúa el enunciado a una profundidad de 10 m.

Situación 0 (inicial) en P :

$$\begin{aligned}
 (\sigma_v)_0^p &= 1.9 \times 10 - 0.4 = 18.6 \text{ t/m}^2 & (\sigma'_v)_0^p &= 0.9 \times 10 + 3.6 = 12.6 \text{ t/m}^2 \\
 (\sigma_h)_0^p &= 1.45 \times 10 - 2.2 = 12.3 \text{ t/m}^2 & (\sigma'_h)_0^p &= 0.45 \times 10 + 1.8 = 6.3 \text{ t/m}^2
 \end{aligned}$$

Situación 1 en P :

$$(\sigma_v)_1^p = 1.9 \times 10 + 3.6 = 22.6 \text{ t/m}^2 \quad (\sigma'_v)_1^p = 0.9 \times 10 + 7.6 = 16.6 \text{ t/m}^2$$

$$(\sigma_h)_1^p = 1.45 \times 10 - 0.2 = 14.3 \text{ t/m}^2 \quad (\sigma'_h)_1^p = 0.45 \times 10 + 3.8 = 8.3 \text{ t/m}^2$$

Situación 2 en P:

$$(\sigma_v)_2^p = (\sigma_v)_0^p = 18.6 \text{ t/m}^2 \quad (\sigma'_v)_2^p = (\sigma'_v)_0^p = 12.6 \text{ t/m}^2$$

$$(\sigma_h)_2^p = 1.45 \times 10 - 0.6 = 13.9 \text{ t/m}^2 \quad (\sigma'_h)_2^p = 0.45 \times 10 + 3.4 = 7.9 \text{ t/m}^2$$

Situación 3 en P:

$$(\sigma_v)_3^p = 1.9 \times 10 - 0.5 = 18.5 \text{ t/m}^2 \quad (\sigma'_v)_3^p = 0.9 \times 10 + 4.5 = 13.5 \text{ t/m}^2$$

$$(\sigma_h)_3^p = 1.45 \times 10 - 1.51 = 12.99 \text{ t/m}^2 \quad (\sigma'_h)_3^p = 0.45 \times 10 + 3.49 = 7.99 \text{ t/m}^2$$

Situación 4 en P:

$$(\sigma_v)_4^p = 1.9 \times 10 - 5.9 = 13.1 \text{ t/m}^2 \quad (\sigma'_v)_4^p = 0.9 \times 10 - 0.9 = 8.1 \text{ t/m}^2$$

$$(\sigma_h)_4^p = 1.45 \times 10 - 2.05 = 12.45 \text{ t/m}^2 \quad (\sigma'_h)_4^p = 0.45 \times 10 + 2.95 = 7.45 \text{ t/m}^2$$

A lo largo de todo el proceso $\tau_{vh} = \tau_{hv} = 0$ por lo que las direcciones vertical y horizontal serán las principales. Como se tiene también en todos los casos que $\sigma_v > \sigma_h$, se cumplirá $\sigma_v = \sigma_1$ y $\sigma_h = \sigma_3$, y por lo tanto:

$$s = (\sigma_v + \sigma_h)/2 \quad t = (\sigma_v - \sigma_h)/2$$

$$p = 1/3 (\sigma_v + 2 \sigma_h) \quad q = \sigma_v - \sigma_h$$

Los valores de las tensiones obtenidas en el punto P se resumen en la tabla adjunta, juntamente con las variables s , s' , t , t' , p , p' , q y q' a lo largo del proceso. Estos valores se han dibujado formando las trayectorias tensionales en los planos $\sigma_v - \sigma_h$, en la Fig. 20.1; en los planos s , $s' - t$, en la figura 20.2, y en los planos p , $p' - q$, en la figura 20.3.

t/m ²	Situación 0	Situación 1	Situación 2	Situación 3	Situación 4
σ_v	18.6	22.6	18.6	18.5	13.1
σ_h	12.3	14.3	13.9	12.99	12.45
σ'_v	12.6	16.6	12.6	13.5	8.1
σ'_h	6.3	8.3	7.9	7.99	7.45
s	15.45	18.45	16.25	15.74	12.77
s'	9.45	12.45	10.25	10.74	7.77
$t=t'$	3.15	4.15	2.35	2.76	0.32
p	14.4	17.1	15.5	14.83	12.67
p'	8.4	11.1	9.5	9.83	7.67
$q=q'$	6.3	8.3	4.7	5.5	0.65

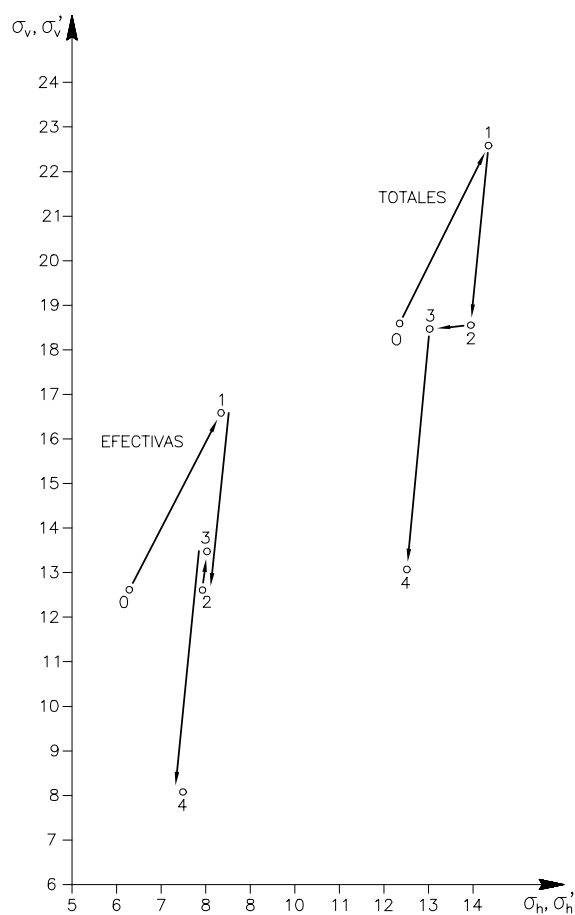


Figura 20.1 Trayectoria de tensiones en plano $\sigma_v - \sigma_h, \sigma'_v - \sigma'_h$.

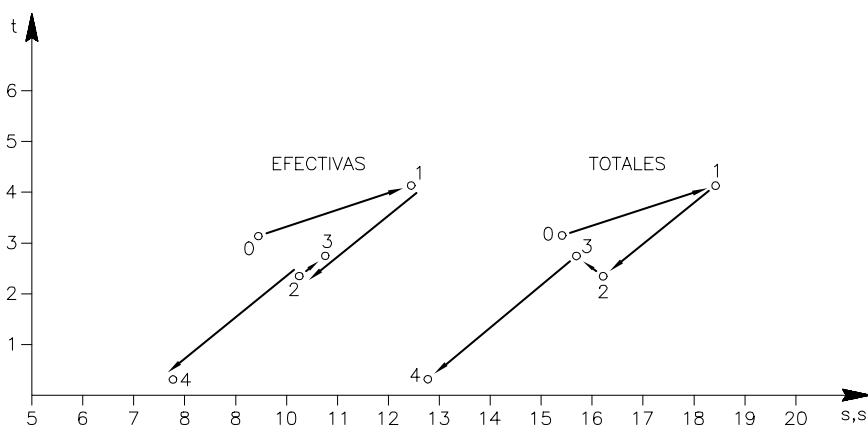


Figura 20.2 Trayectoria de tensiones en plano $s-t, s'-t'$

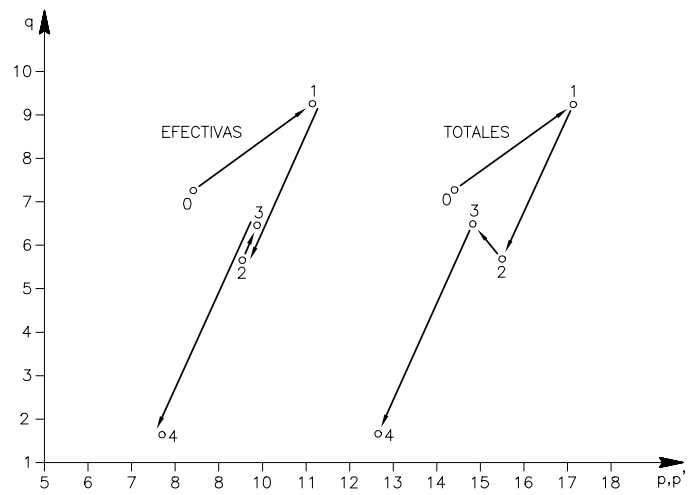


Figura 20.3 Trayectoria de tensiones en plano p - q , p' - q

Capítulo 3. Flujo de agua en suelo saturado indeformable

PROBLEMA 21.

En el terreno de la figura adjunta (Fig. 21.1) se lleva a cabo un bombeo de agua en la capa de grava, que reduce en 3 m su altura piezométrica original. Obtener y dibujar las leyes de variación de σ_v , σ_v' , σ_h , σ_h' , u , y ϕ con la profundidad, tanto antes como después del bombeo, (en esta última situación se supondrá que se ha llegado al régimen estacionario).

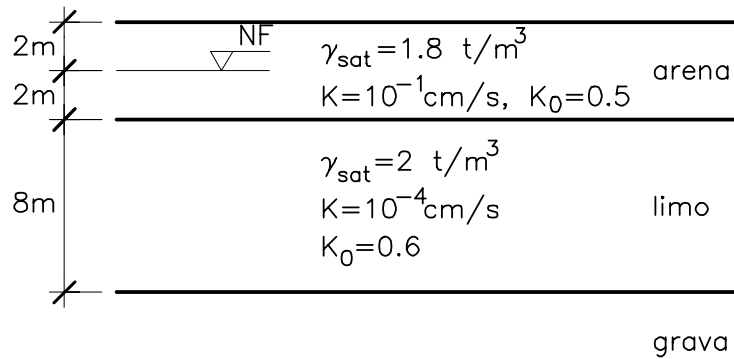


Figura 21.1 Representación esquemática del terreno

En primer lugar se obtienen las leyes de tensiones, presiones y niveles correspondientes al estado inicial antes de bombear. La coordenada vertical puede tomarse indistintamente en sentido hacia arriba (z) o hacia abajo (z'). El origen también es arbitrario, y en este caso se toma en las gravas para z y en la superficie del terreno para z' ($z = 12 - z'$). El nivel piezométrico se define como:

$$\phi = z + \frac{u}{\gamma_w}$$

En principio en la zona por encima del nivel freático el peso específico del terreno tendrá un valor intermedio entre el peso específico saturado y el peso específico seco. En este caso, y puesto que se trata de un suelo granular (arena), tendrá mayor facilidad para desaturar que si se tratara de una arcilla. Por tanto, se tomará como peso específico natural el valor de la densidad seca, que se obtiene como:

$$\gamma_{sat} = \frac{\gamma_s + \gamma_w e}{1 + e} \quad e = \frac{\gamma_s - \gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} = 1.125 \quad \gamma_d = \frac{\gamma_s}{1 + e} = 1.27 \text{ t/m}^3$$

Para este cálculo se ha tomado $\gamma_s = 2.7 \text{ t/m}^3$.

En el estado inicial, anterior a la realización del bombeo, las leyes de tensiones se calculan a continuación. Para la arena en la zona no saturada las tensiones son:

$$\begin{aligned} 0 < z' &\leq 2 \\ \sigma_v &= \gamma_d^{arena} z' = 1.27 z' \\ u &= 0 \\ \sigma'_v &= \sigma_v \\ \sigma'_h &= K_0 \sigma'_v = K_0 \gamma_d^{arena} z' = 0.5 \times 1.27 z' = 0.635 z' \\ \sigma_h &= \sigma'_h \end{aligned}$$

Aunque de hecho la definición de tensiones efectivas en la zona no saturada tiene poco sentido, se han tomado como iguales a las totales, resultado que se obtiene al suponer que la presión intersticial es cero. Para la zona de suelo arenoso bajo el nivel freático resulta:

$$\begin{aligned} 2 < z' &\leq 4 \\ \sigma_v &= \gamma_d^{arena} 2 + \gamma_{sat}^{arena} (z' - 2) = 1.27 \times 2 + 1.8 (z' - 2) = 1.8 z' - 1.06 \\ u &= \gamma_w (z' - 2) = z' - 2 \\ \sigma'_v &= \sigma_v - u = 0.8 z' + 0.94 \\ \sigma'_h &= K_0 \sigma'_v = 0.4 z' + 0.47 \\ \sigma &= \sigma' + u = 1.4 z' - 1.53 \\ \varphi &= z + \frac{u}{\gamma_w} = (12 - z') + \frac{z' - 2}{1} = 10 \text{ m} \end{aligned}$$

Por último para el limo en la zona saturada:

$$\begin{aligned} 4 < z' &\leq 12 \\ \sigma_v &= \gamma_d 2 + \gamma_{sat}^{arena} (4 - 2) + \gamma_{sat}^{limo} (z' - 4) = 6.14 + 2(z' - 4) = 2z' - 1.86 \\ u &= \gamma_w (z' - 2) = z' - 2 \\ \sigma'_v &= \sigma_v - u = 2z' - 1.86 - z' + 2 = z' + 0.14 \\ \sigma'_h &= K_0 \sigma'_v = 0.6(z' + 0.14) = 0.6z' + 0.84 \\ \sigma_h &= \sigma'_h + u = 0.6z' + 0.84 + z' - 2 = 1.6z' - 1.16 \\ \varphi &= z + \frac{u}{\gamma_w} = 10 \text{ m} \end{aligned}$$

El bombeo en las gravas produce un rebajamiento de nivel en las mismas de 3 m. Esto se representa cualitativamente en la figura 21.2.

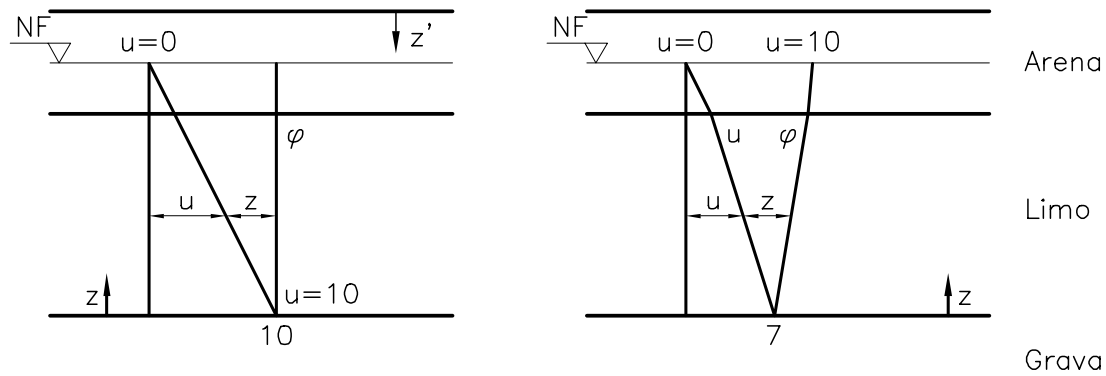


Figura 21.2 Leyes de presiones y nivel piezométrico antes de bombear y durante el bombeo

El caudal vertical generado por la variación de ϕ se produce hacia las gravas (ϕ decreciente) y puede obtenerse como:

$$q_z = -K_{eq} \frac{d\phi}{dz} = -K_{eq} \frac{\Delta\phi}{\Delta z} = -K_{eq} \frac{10-7}{10} = -K_{eq} 0.3$$

El signo negativo de este caudal indica que se trata de un flujo de agua descendente. La permeabilidad equivalente (K_{eq}) en un sistema formado por 2 capas y con flujo en la dirección normal a la orientación de las mismas viene dada por:

$$\frac{L}{K_{eq}} = \frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2}, \quad L = L_1 + L_2$$

Esta expresión se obtiene como resultado de imponer que los flujos en cada capa son iguales entre sí e iguales al flujo que las atraviesa. Esta permeabilidad equivalente puede interpretarse como la que tendría un medio homogéneo equivalente. Con los datos de este problema se obtiene:

$$K_{eq} = \frac{L}{\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2}} = \frac{10}{\frac{2}{10^{-1}} + \frac{8}{10^{-4}}} = 1.25 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$$

$$q_z = -K_{eq} 0.3 = -3.75 \times 10^{-5} \text{ cm/s} = -0.0324 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2 \text{ día}}$$

Para obtener cómo varían las leyes de tensiones debido al bombeo hay que calcular las variaciones de presión intersticial o de nivel. La ecuación de continuidad en régimen estacionario expresa que el caudal es constante para cualquier z , luego:

$$\frac{dq_z}{dz} = 0 \quad q_{arena} = q_{limo} = q_z$$

Este caudal puede calcularse como:

$$q_{\text{arena}} = -K_1 \frac{d\varphi}{dz} = -K_1 \frac{\varphi - 10}{8 - 10}$$

donde φ es el nivel piezométrico en el interfase arena-limo, que resulta tener un valor de $\varphi = 9.9975$ m. Este valor es prácticamente ≈ 10 m y esto pone de manifiesto el hecho que la permeabilidad en la arena es alta en comparación con el limo. Por tanto, hay pocas pérdidas de carga en la capa de arena y prácticamente la pérdida de nivel total (3 m) se produce en la capa de limo. El cambio de presión intersticial es: $\Delta u = \Delta\varphi \gamma_w$, porque z no varía. La nueva ley de niveles piezométricos es, para la arena en la zona saturada:

$$\begin{aligned} 2 < z' &\leq 4 \\ \varphi &= a z' + b \\ \varphi = 10 &= a 2 + b \quad \varphi = 9.9975 = a 4 + b \\ a &= -0.00125 \\ b &= 10.0025 \\ \varphi &= -0.00125 z' + 10.0025 \\ u &= (\varphi - z) \gamma_w = (-0.00125 z' + 10.0025 - 12 + z') = 0.99875 z' - 1.9975 \end{aligned}$$

mientras que para el limo:

$$\begin{aligned} 4 < z' &\leq 12 \\ \varphi &= a z' + b \\ \varphi = 9.9975 &= a 4 + b \quad \varphi = 7 = a 12 + b \\ a &= -0.3747 \\ b &= 11.4963 \\ \varphi &= -0.3747 z' + 11.4963 \\ u &= (\varphi - z) \gamma_w = (-0.3747 z' + 11.4963 - 12 + z') = 0.6253 z' - 0.5037 \end{aligned}$$

Puesto que, en este caso, solamente varían las presiones intersticiales o niveles, los cambios de tensión efectiva podrán obtenerse como $\Delta\sigma' = -\Delta u$ ya que la tensión total σ permanece constante y $\sigma' = \sigma - u$. Dichos cambios en la presión intersticial vienen dados por:

$$\begin{aligned} 2 < z' &\leq 4 \\ \Delta u &= (0.99875 z' - 1.9975) - (z' - 2) = -0.00125 z' + 0.0025 \approx 0 \\ 4 < z' &\leq 12 \\ \Delta u &= (0.6253 z' - 0.5037) - (z' - 2) = -0.3747 z' + 1.4963 \approx -0.375 z' + 1.50 \end{aligned}$$

Y por tanto los cambios de tensión serán nulos donde no haya variación de presión, es decir:

$$\begin{aligned} 0 < z' &< 4 \\ \Delta\sigma' &= 0 \end{aligned}$$

Mientras que en la zona donde la presión intersticial varía, las nuevas tensiones efectivas son:

$$\begin{aligned} 4 < z' &\leq 12 \\ \sigma'_v &= z' + 0.14 - (-0.375 z' + 1.5) = 1.375 z' - 1.36 \\ \sigma'_h &= K_0 \sigma'_v = 0.825 z' + 0.816 \end{aligned}$$

En la figura 21.3 se han representado las leyes de alturas piezométricas, presiones intersticiales y tensiones verticales y horizontales tanto antes como durante el bombeo.

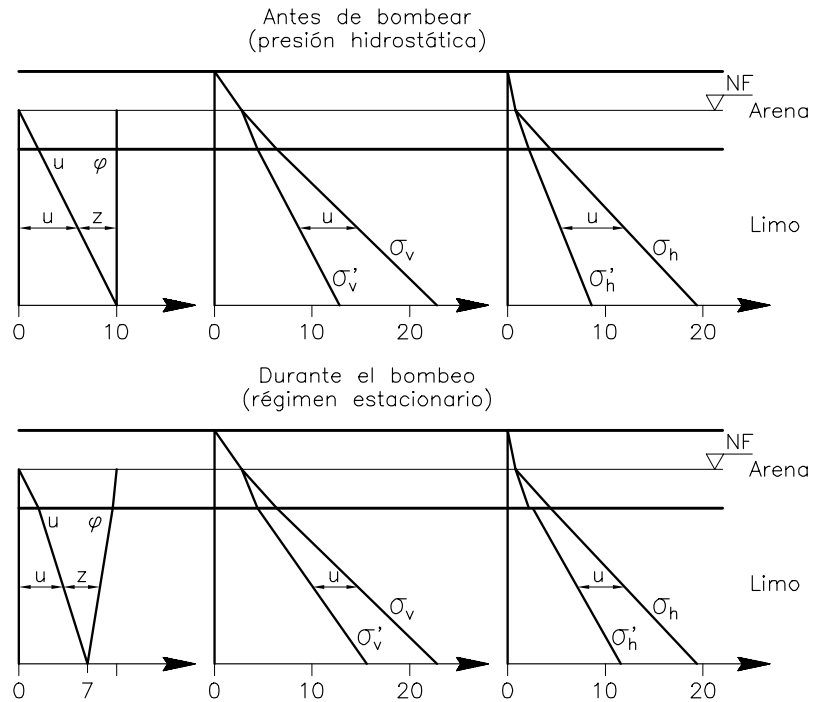


Figura 21.3 Leyes de alturas piezométricas, presiones intersticiales, tensiones totales y efectivas

PROBLEMA 22.

En el terreno de la figura 22.1 se rebaja en 4 m el nivel piezométrico del estrato inferior de gravas. Obtener (suponiendo condiciones estacionarias) el caudal vertical generado y la ley de niveles piezométricos con la profundidad.

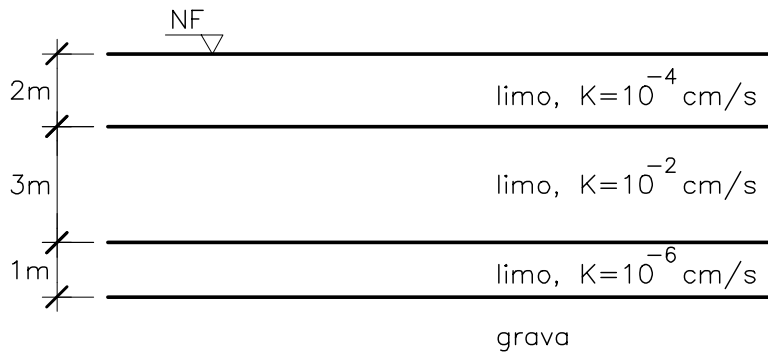


Figura 22.1 Representación esquemática del terreno

La ecuación de continuidad del agua juntamente con la ley de Darcy dan lugar, bajo la hipótesis de régimen estacionario en un sistema multicapa y flujo perpendicular a las capas, a:

$$q_z = -K_{eq} \frac{d\phi}{dz} = -K_{eq} \frac{\Delta\phi}{\Delta z}$$

$$K_{eq} = \frac{L}{\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2} + \frac{L_3}{K_3}} \quad L = L_1 + L_2 + L_3$$

En régimen estacionario, las leyes de niveles piezométricos (ϕ) son lineales en cada estrato homogéneo. Aplicando los valores propuestos en este problema, resulta una permeabilidad equivalente igual a:

$$K_{eq} = \frac{6}{\frac{2}{10^{-4}} + \frac{3}{10^{-2}} + \frac{1}{10^{-3}}} = 5.88 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$$

que permite calcular el caudal unitario o flujo como:

$$q_z = -5.88 \times 10^{-6} \frac{(6-4)-6}{0-6} = -3.92 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$$

$$q_z = -3.92 \times 10^{-6} \text{ cm/s} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \times \frac{86400 \text{ s}}{1 \text{ día}} = -0.0034 \frac{\text{m}}{\text{día}} = -0.0034 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2 \text{ día}}$$

La condición de continuidad permite establecer que:

$$q_{\text{limo}} = q_{\text{arena}} = q_{\text{arcilla}} = q$$

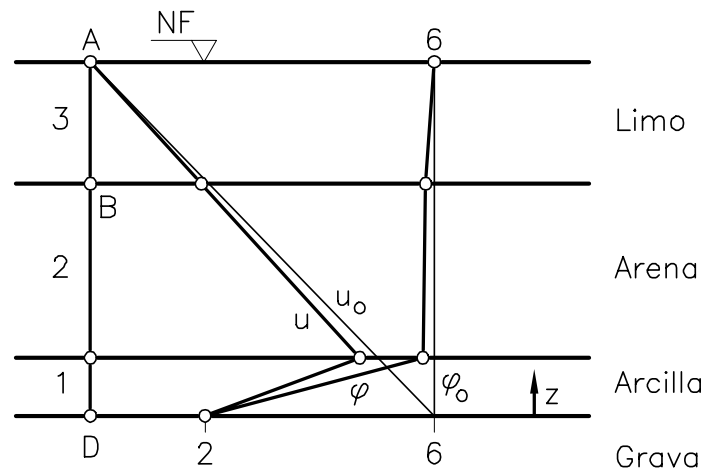


Figura 22.2 Leyes de presiones y niveles piezométricos

Si se utiliza la denominación de puntos A ($z = 6$), B ($z = 4$), C ($z = 1$) y D ($z = 0$), correspondiente a las interfases entre cada dos capas (Fig. 22.2), se tiene:

$$q_1 = -K_1 \frac{d\varphi}{dz} = -K_1 \frac{\varphi_B - \varphi_A}{z_B - z_A} \quad \varphi_B = 5.9216 \text{ m}$$

$$q_2 = -K_2 \frac{d\varphi}{dz} = -K_2 \frac{\varphi_C - \varphi_B}{z_C - z_B} \quad \varphi_C = 5.9204 \text{ m}$$

$$q_3 = -K_3 \frac{d\varphi}{dz} = -K_3 \frac{\varphi_D - \varphi_C}{z_D - z_C} \quad \varphi_D = 2.00 \text{ m}$$

De hecho, la última ecuación es innecesaria ya que $\varphi_D = 6 - 4 = 2 \text{ m}$. En la figura 22.2 se representa la ley de niveles piezométricos y la ley de presiones intersticiales.

PROBLEMA 23.

En el terreno de la figura 23.1 se va a realizar una excavación de grandes dimensiones, que se mantendrá seca mediante bombeo en superficie. Obtener la máxima profundidad x a la que se puede llegar manteniendo un coeficiente de seguridad al sifonamiento ($FS = \sigma/u$) de 1.5 (se considerará que, debido a la relativa impermeabilidad de la capa de limo arenoso con respecto a la permeabilidad de las gravas, la presión intersticial en las gravas inferiores no varía). Particularizar el problema para $d_1 = 10 \text{ m}$, $\gamma_{n1} = 1.8 \text{ t/m}^3$, $\gamma_{n2} = 2.0 \text{ t/m}^3$, $d_2 = 0.5 \text{ m}$, $s = 1 \text{ m}$, $K_1 = 10^{-1} \text{ cm/s}$ y $K_2 = 10^{-3} \text{ cm/s}$, y obtener en este caso el caudal que se recogerá. ¿Qué medidas se podrían adoptar para aumentar la máxima profundidad x obtenida, manteniendo el coeficiente de seguridad en 1.5?

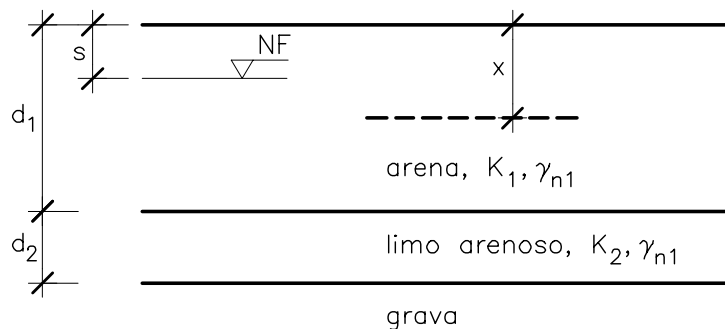


Figura 23.1 Representación esquemática del medio

Se hace inicialmente la hipótesis de que $x > s$. Las leyes de presión intersticial y tensión antes de excavar serán:

$$\begin{aligned} u &= (d_1 + d_2 - z - s) \gamma_w \\ \sigma_z &= (d_1 + d_2 - z) \gamma_{n1} \quad d_2 \leq z \leq d_1 + d_2 \\ \sigma_z &= d_1 \gamma_{n1} + (d_2 - z) \gamma_{n2} \quad 0 \leq z \leq d_2 \end{aligned}$$

Estas leyes se representan en la figura 23.2.

Al realizar la excavación se produce una variación de las tensiones totales (peso del terreno excavado) y de las presiones intersticiales (bombeo de agua en el interior de la excavación). La ley de tensiones totales se transforma en:

$$\begin{aligned}\sigma_z &= (d_1 + d_2 - z - x) \gamma_{n1} & d_2 \leq z \leq d_1 + d_2 \\ \sigma_z &= (d_1 - x) \gamma_{n1} + (d_2 - z) \gamma_{n2} & 0 \leq z \leq d_2\end{aligned}$$

Sobre la ley de presiones intersticiales se sabe que la $u = 0$ en $z = d_1 + d_2 - x$ (punto A, Fig. 23.2) mientras que $u = (d_1 + d_2 - s) \gamma_w$ en $z = 0$ (punto C, Fig. 23.2). En este último punto se supone, tal como se indica en el enunciado, que la presión intersticial no varía. Esta hipótesis es razonable siempre que las gravas se puedan suponer conectadas con el nivel piezométrico regional. Entonces, su alta permeabilidad impide pérdidas de carga aunque se bombee en la excavación. Por otro lado, dado que los limos son mucho más impermeables que las arenas, se produce entre C y B (Fig. 23.2), la mayor parte de pérdida de carga.

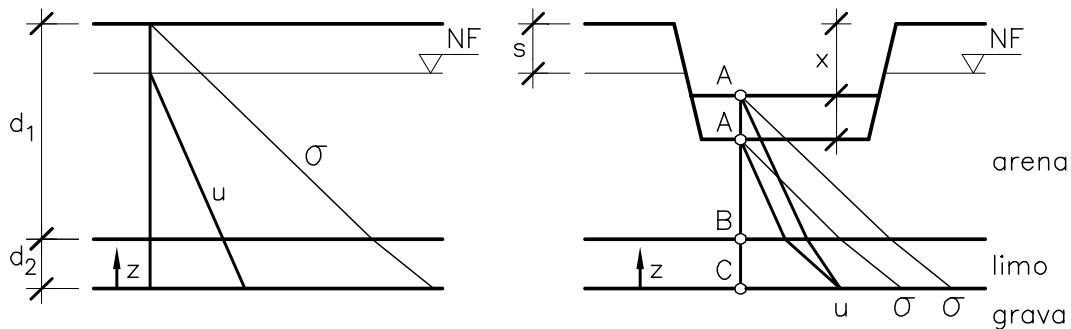


Figura 23.2 Leyes de presión intersticial y tensión total antes y después de excavar

A medida que la excavación avanza, la presión intersticial se va acercando a la tensión total bajo la excavación. Pero, dada la forma de la ley de presiones que se va a tener en este caso (arena sobre limo y limo sobre grava), el punto C es el más desfavorable como puede verse en la figura 23.2. En otras palabras, a medida que la excavación avance, el primer punto en el que se alcanzará la situación crítica de sifonamiento ($\sigma = u$ o $\sigma' = 0$) es el C debido a la relación entre permeabilidades. El factor de seguridad al sifonamiento se obtendrá para este punto (C, Fig. 23.2) como:

$$FS = \frac{\sigma}{u} = \frac{(d_1 - x) \gamma_{n1} + d_2 \gamma_{n2}}{(d_1 + d_2 - s) \gamma_w}$$

Si se impone $FS \geq FS^o$ es decir, un valor de proyecto que se establezca, resulta:

$$\frac{(d_1 - x) \gamma_{n1} + d_2 \gamma_{n2}}{(d_1 + d_2 - s) \gamma_s} \geq FS^o \quad x \leq d_1 - \frac{(d_1 + d_2 - s) \gamma_w FS^o - d_2 \gamma_n}{\gamma_{n1}}$$

Sustituyendo por un valor de $FS^o = 1.5$, resulta $x \leq 2.64$ m como máxima profundidad de excavación para dicho factor de seguridad al sifonamiento y los datos del problema.

Por otro lado, el caudal que hay que bombear en el interior de la excavación vendrá dado (en condiciones unidimensionales) por:

$$q_z = -K_{eq} \frac{d\phi}{dz} = -K_{eq} \frac{\phi_c - \phi_A}{z_c - z_A}$$

siendo:

$$\phi_C = z_C + \frac{u_C}{\gamma_w} = z_C + \frac{(d_1 + d_2 - s) \gamma_w}{\gamma_w} = d_1 + d_2 - s$$

$$\phi_A = z_C + \frac{u_A}{\gamma_w} = (d_1 + d_2 - x) + 0 = d_1 + d_2 - x$$

$$z_C = 0 \quad \text{y} \quad z_A = d_1 + d_2 - x$$

y como permeabilidad equivalente:

$$K_{eq} = \frac{L}{\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2}} = \frac{d_1 + d_2 - x}{\frac{d_1 - x}{K_1} + \frac{d_2}{K_2}}$$

Substituyendo la permeabilidad equivalente y los niveles piezométricos resulta:

$$q_z = -K_{eq} \frac{x-s}{d_1 + d_2 - x} = -\frac{x-s}{\frac{d_1 - x}{K_1} + \frac{d_2}{K_2}}$$

e introduciendo los datos del problema y $x = 2.64$ m resulta

$$K_{eq} = 0.0139 \text{ cm/s} \quad \text{y} \quad q_z = -0.0139 \frac{2.64 - 1}{10.5 - 2.64} = -0.0029 \text{ cm/s}$$

Dicho caudal se puede expresar en otras unidades:

$$q_z = -0.0029 \text{ cm/s} \times \frac{86400 \text{ s}}{1 \text{ día}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = -2.5 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2 \text{ día}}$$

Por último, como posible solución para aumentar la profundidad de la excavación sin modificar el factor de la seguridad al sifonamiento consiste se puede citar la reducción del nivel piezométrico en las gravas mediante bombeo en pozos o con drenes hacia las arenas y la excavación. En este caso, el caudal a bombear en las gravas puede ser muy elevado en función de la magnitud y permeabilidad del acuífero.

PROBLEMA 24.

La figura 24.1 muestra los casos de un acuífero libre y de un acuífero confinado, respectivamente, de los que se pretende extraer agua bombeando desde un pozo circular. Obtener en ambos casos las leyes de niveles piezométricos del acuífero al bombear un caudal Q , una vez establecido el régimen estacionario.

En ambas situaciones (acuífero libre y acuífero confinado) es preciso adoptar previamente ciertas hipótesis sin las cuales no es posible obtener una solución analítica. En primer lugar se debe tratar de un

acuífero homogéneo e isótropo. En segundo lugar la solución se debe obtener para un régimen estacionario a caudal constante. Relacionado con lo anterior, debe existir asimismo un contorno de nivel constante, es decir, que para $r = r_0$ se cumple $h = h_0$ (hipótesis de isla circular con pozo en el centro). Por último, se admite la hipótesis de Dupuit, en el caso de acuífero libre, que establece que las líneas de nivel piezométrico constante pueden considerarse verticales, a pesar de que el nivel freático no es horizontal.

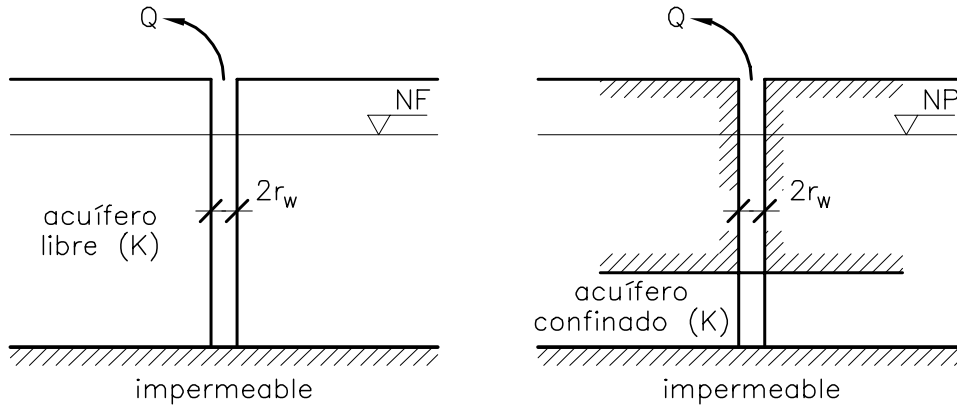


Figura 24.1 Bombeo en acuífero libre y acuífero confinado.

a) acuífero libre (Fig. 24.2)

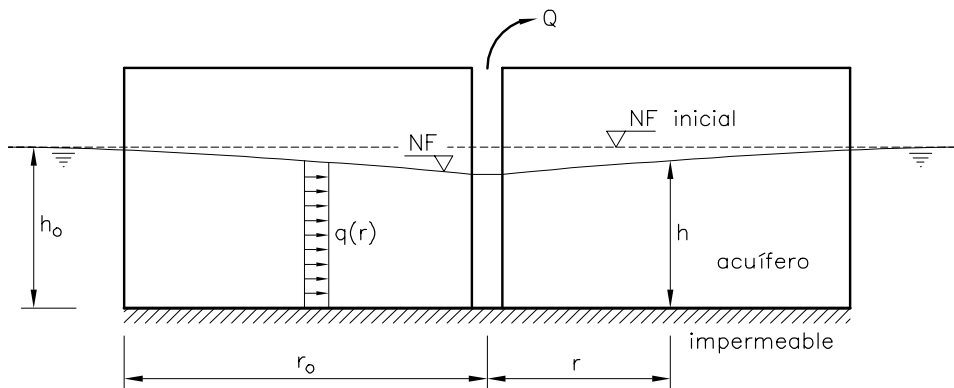


Figura 24.2 Acuífero libre con condición de contorno de nivel constante ($h =$ nivel piezométrico = espesor saturado)

Sea $q(r)$ el caudal unitario que atraviesa una superficie perpendicular a la dirección radial. El caudal que pasa a través de un cilindro de radio r y altura h (espesor saturado a distancia r) es:

$$q(r)2\pi rh$$

En régimen estacionario este caudal debe ser igual al que se extrae del pozo ($-Q$), por lo que la ecuación de continuidad quedará como:

$$q(r)2\pi rh = -Q$$

Por otro lado, la ley de Darcy permite escribir (el nivel piezométrico coincide con el espesor saturado):

$$q(r) = -K \frac{dh}{dr}$$

y sustituyendo la ley de Darcy en la de continuidad resulta:

$$K 2\pi r h \frac{dh}{dr} = Q \quad 2h dh = \frac{Q}{\pi K} \frac{dr}{r}$$

La integral de la ecuación diferencial anterior proporciona:

$$h^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln r + A$$

donde A es una constante de integración. Puesto que para $r = r_0$ se supone que $h = h_0$, resulta:

$$h_0^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln r_0 + A \quad A = h_0^2 - \frac{Q}{\pi K} \ln r_0$$

y finalmente:

$$h^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r}{r_0}$$

Esta ecuación puede también obtenerse como una integral definida de la ecuación diferencial, es decir:

$$\int_{h_0}^h 2h dh = \frac{Q}{\pi K} \int_{r_0}^r \frac{dr}{r} \quad [h^2]_{h_0}^h = \frac{Q}{\pi K} [\ln r]_{r_0}^r$$

$$h^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r}{r_0}$$

b) acuífero confinado (Fig. 24.3)

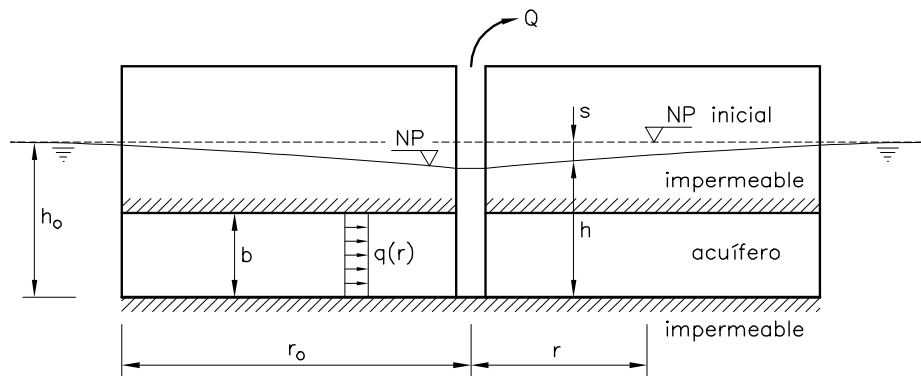


Figura 24.3 Acuífero confinado con condición de contorno de nivel constante.
(h = nivel piezométrico b = espesor del acuífero)

Sea b el espesor del acuífero confinado y $q(r)$ el caudal unitario que atraviesa una superficie perpendicular a la dirección radial. El caudal que pasa a través de un cilindro de radio r y altura b (en este caso el espesor es siempre b por tratarse de un acuífero confinado) es:

$$q(r)2\pi rb$$

que igualado al caudal bombeado ($-Q$) resulta:

$$q(r)2\pi rb = -Q$$

y sustituyendo $q(r)$ por la ley de Darcy resulta (siendo h el nivel piezométrico):

$$K 2\pi rb \frac{dh}{dr} = Q \quad dh = \frac{Q}{2\pi bK} \frac{dr}{r}$$

e integrando la ecuación diferencial anterior resulta:

$$h = \frac{Q}{2\pi bK} \ln r + A$$

donde A es una constante de integración. Si a distancia $r = r_o$, el nivel es $h = h_o$ se obtiene:

$$A = h_o - \frac{Q}{2\pi bK} \ln r_o$$

y finalmente:

$$h - h_o = \frac{Q}{2\pi bK} \ln \frac{r}{r_o}$$

Estas expresiones pueden escribirse en términos del descenso s definido como $s = h_o - h$, que es la variable que normalmente se mide en el campo. Para el caso de acuífero confinado sería simplemente:

$$s = h_o - h = \frac{-Q}{2\pi bK} \ln \frac{r}{r_o} = \frac{Q}{2\pi bK} \ln \frac{r_o}{r}$$

Para el caso de acuífero libre es preciso aproximar:

$$h^2 - h_o^2 = (h - h_o)(h + h_o) \approx -s 2h_o \quad (h + h_o \approx 2h_o)$$

$$2sh_o = \frac{-Q}{\pi K} \ln \frac{r}{r_o} \quad s \approx \frac{Q}{2h_o \pi K} \ln \frac{r_o}{r}$$

válido siempre que $h + h_o \approx 2h_o$, es decir, para descensos pequeños.

PROBLEMA 25.

La figura 25.1 representa un talud en material impermeable, con dos fracturas rellenas, respectivamente, con materiales de permeabilidades K_1 y K_2 . Por ambas fracturas, que se supone que están saturadas, circula agua procedente de la escorrentía superficial del talud. Suponiendo que se ha alcanzado el régimen estacionario, obtener una relación entre K_1 y K_2 para que un pozo vertical que pase por el punto de intersección de ambas fracturas sea artesiano y aplicarlo al caso: $\alpha=15^\circ$, $l=500$ m, $\beta_1=30^\circ$, $\beta_2=135^\circ$, $d_1=0.5$ m, $d_2=0.8$ m.

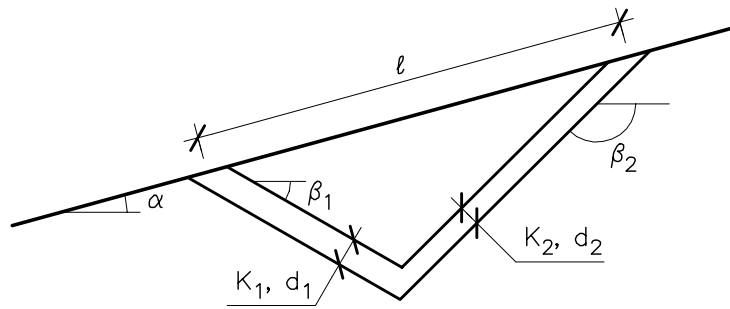


Figura 25.1 Representación esquemática del talud

La condición de pozo artesiano es que:

$$\varphi_B > z_D$$

es decir que el nivel piezométrico en el punto B (Fig. 25.2) quede por encima de la superficie del terreno.

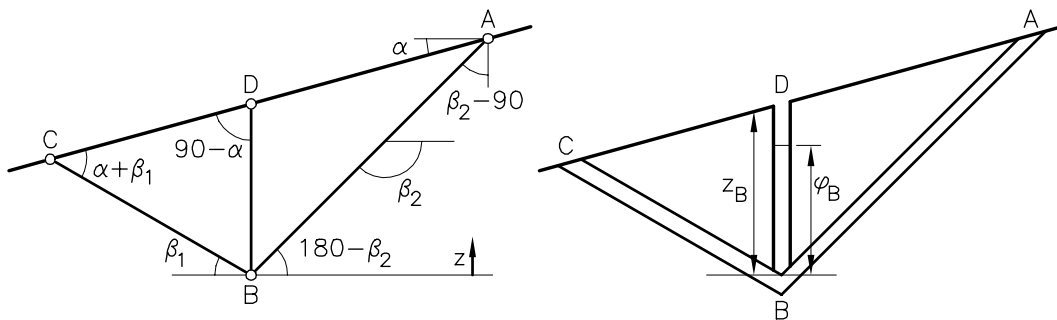


Figura 25.2 Esquema de las fracturas y ángulos considerados

En este problema se van a presentar dos resoluciones alternativas en lo relativo a las condiciones geométricas impuestas. Como podrá verse ambos planteamientos conducen al mismo resultado.

Resolución a)

El teorema de los senos permite relacionar distancias con ángulos opuestos en un triángulo. Aplicándolo al caso del triángulo ABC (Fig. 25.2) se tiene:

$$\frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}}$$

Los ángulos en A, B y C en función de α , β_1 y β_2 son:

$$\hat{C} = \alpha + \beta_1, \quad \hat{B} = 90 - \beta_1 + \beta_2 - 90 = \beta_2 - \beta_1$$

$$\hat{A} = 90 - \alpha - (\beta_2 - 90) = 180 - (\alpha + \beta_2)$$

Además $AC = l$, y el ángulo suplementario permite escribir:

$$\sin(180 - (\alpha + \beta_2)) = \sin(\alpha + \beta_2)$$

De las anteriores ecuaciones resulta:

$$AB = \frac{l \sin(\alpha + \beta_1)}{\sin(\beta_2 - \beta_1)} \quad BC = \frac{l \sin(\alpha + \beta_2)}{\sin(\beta_2 - \beta_1)}$$

Las coordenadas z de cada punto son:

$$z_B = 0$$

$$z_C = BC \sin \beta_1 = \frac{l \sin(\alpha + \beta_2) \sin \beta_1}{\sin(\beta_2 - \beta_1)}$$

$$z_A = AB \sin(180 - \beta_2) = \frac{l \sin(\alpha + \beta_1) \sin \beta_2}{\sin(\beta_2 - \beta_1)}$$

y volviendo a aplicar el teorema de los senos, en este caso al triángulo BCD , resulta:

$$\frac{z_D}{\sin(\alpha + \beta_1)} = \frac{BC}{\sin(90 - \alpha)} \quad z_D = \frac{l \sin(\alpha + \beta_2) \sin(\alpha + \beta_1)}{\sin(\beta_2 - \beta_1) \sin(90 - \alpha)}$$

Por otro lado, los caudales que circulan en las fracturas deben cumplir la ecuación de continuidad, que en este caso implica simplemente que el caudal en AB es el mismo que en BC . Estos caudales, por unidad de anchura de talud, se pueden calcular como:

$$Q_{AB} = q_2 d_2 = -K_2 \frac{\varphi_B - \varphi_A}{AB} d_2$$

$$Q_{BC} = q_1 d_1 = -K_1 \frac{\varphi_C - \varphi_B}{BC} d_1$$

donde se ha aplicado que $\varphi_A = z_A$ y $\varphi_C = z_C$ por tratarse de puntos exteriores, es decir, $u_A = u_C = 0$. Consecuentemente la condición de continuidad de caudales quedará como:

$$Q_{AB} = Q_{BC} \quad K_2 \frac{(\varphi_B - z_A)}{AB} d_2 = K_1 \frac{(z_C - \varphi_B)}{BC} d_1$$

De la ecuación anterior se puede obtener φ_B , que no es conocido:

$$\varphi_B = \frac{z_A + z_C \frac{K_1 d_1 AB}{K_2 d_2 BC}}{1 + \frac{K_1 d_1 AB}{K_2 d_2 BC}}$$

y puesto que la condición de pozo artesiano es $\varphi_D > z_D$, y $\varphi_D = \varphi_B$ ya que en el pozo no circula agua,

resulta:

$$z_A + z_C \frac{K_1}{K_2} \frac{d_1}{d_2} \frac{AB}{BC} > z_D \left(1 + \frac{K_1}{K_2} \frac{d_1}{d_2} \frac{AB}{BC} \right)$$

Esta ecuación permite obtener la condición entre permeabilidades:

$$\frac{K_2}{K_1} > \frac{z_D - z_C}{z_A - z_D} \frac{d_1}{d_2} \frac{AB}{BC}$$

donde:

$$z_D - z_C = \frac{l \sin(\alpha + \beta_2)}{\sin(\beta_2 - \beta_1)} \left[\frac{\sin(\alpha + \beta_1)}{\sin(90 - \alpha)} - \sin \beta_1 \right]$$

$$z_A - z_D = \frac{l \sin(\alpha + \beta_1)}{\sin(\beta_2 - \beta_1)} \left[\sin \beta_2 - \frac{\sin(\alpha + \beta_2)}{\sin(90 - \alpha)} \right]$$

Haciendo el cociente y operando resulta:

$$\frac{z_D - z_C}{z_A - z_D} = \frac{\sin(\alpha + \beta_2)}{\sin(\alpha + \beta_1)} \left[\frac{-\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \right]$$

donde $\cos \beta_2 < 0$ con la geometría indicada. Finalmente, sustituyendo este cociente y los valores de AB y BC obtenidos anteriormente en la condición entre permeabilidades resulta:

$$\frac{K_2}{K_1} > \frac{d_1}{d_2} \frac{\sin(\alpha + \beta_2)}{\sin(\alpha + \beta_1)} \left(-\frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \right) \frac{\sin(\alpha + \beta_1)}{\sin(\alpha + \beta_2)} = \frac{d_1}{d_2} \left(-\frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \right)$$

Para $d_1 = 0.5$ m, $d_2 = 0.8$ m, $\beta_1 = 30^\circ$ y $\beta_2 = 135^\circ$ resulta:

$$\frac{K_2}{K_1} > 0.76$$

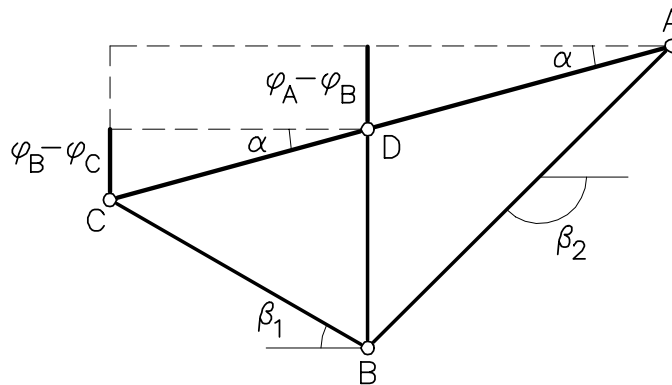


Figura 25.3 Variaciones de nivel piezométrico entre A, B y C

Resolución b)

Este problema tiene una solución más sencilla. Las pérdidas de nivel entre A y C ($\varphi_A - \varphi_C$) se producen en dos tramos: AB ($\varphi_A - \varphi_B$) y BC ($\varphi_B - \varphi_C$). En la figura 25.3 se representa la situación en la que se cumple exactamente $\varphi_B = z_D$. En este caso, los dos triángulos rectángulos con ángulo α permiten escribir:

$$\frac{\varphi_A - \varphi_B}{x} = \frac{\varphi_B - \varphi_C}{l - x} \quad \varphi_A - \varphi_B = \frac{x}{l - x} (\varphi_B - \varphi_C)$$

pero el pozo sería artesiano siempre que:

$$\varphi_A - \varphi_B < \frac{x}{l - x} (\varphi_B - \varphi_C)$$

Por otro lado, los caudales en cada tramo, iguales por continuidad, son:

$$Q = -K_1 d_1 \frac{\varphi_C - \varphi_B}{CB} \quad CB = \frac{(l-x) \cos \alpha}{\cos \beta_1}$$

$$Q = -K_2 d_2 \frac{\varphi_B - \varphi_A}{BA} \quad BA = \frac{x \cos \alpha}{\cos(180 - \beta_2)}$$

De donde se obtiene:

$$\varphi_B - \varphi_C = \frac{Q}{K_1 d_1} \frac{(l-x) \cos \alpha}{\cos \beta_1}$$

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{Q}{K_2 d_2} \frac{x \cos \alpha}{\cos(180 - \beta_2)}$$

que se sustituyen en la desigualdad anteriormente establecida:

$$\frac{Q}{K_2 d_2} \frac{x \cos \alpha}{\cos(180 - \beta_2)} < \frac{x}{(l-x)} \frac{Q}{K_1 d_1} \frac{(l-x) \cos \alpha}{\cos \beta_1}$$

Finalmente resulta:

$$\frac{K_2}{K_1} > \frac{d_1}{d_2} \frac{\cos \beta_1}{-\cos \beta_2}$$

que coincide con la expresión obtenida anteriormente en la *resolución b*).

De hecho, ambas resoluciones son equivalentes, y la única diferencia entre ellas es la condición geométrica planteada inicialmente (teorema de los senos o triángulos rectángulos).

PROBLEMA 26.

Dibujar la red de flujo y estimar el caudal infiltrado correspondiente al caso de la figura 26.1. Obtener, asimismo, las presiones intersticiales producidas en la pantalla.

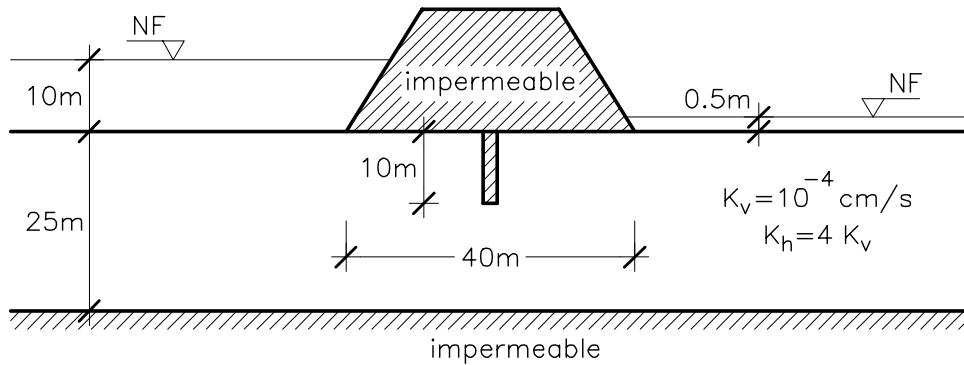


Figura 26.1 Representación esquemática del problema

La ecuación de continuidad del agua en régimen estacionario y medio bidimensional es:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0$$

donde q_x y q_y son los flujos en la dirección de los ejes. Suponiendo un medio anisótropo y que las direcciones principales del tensor de permeabilidad coinciden con los ejes x e y se tiene:

$$q_x = -K_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad q_y = -K_y \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

y sustituyendo en la ecuación de continuidad, se obtiene la ecuación de flujo:

$$K_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad \frac{K_x}{K_y} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

Para resolver el problema de flujo gráficamente (red de flujo) en un medio anisótropo ($K_x \neq K_y$) conviene realizar una transformación de coordenadas de manera que el coeficiente de ambas derivadas segundas en la ecuación diferencial sea el mismo. Haciendo $x_t = \alpha x$, donde α es un coeficiente que no se conoce y x_t una nueva variable, se tiene:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x_t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_t} \right) \left(\frac{\partial x_t}{\partial x} \right)^2 = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_t^2} \alpha^2$$

Sustituyendo en la ecuación de continuidad resulta:

$$\frac{K_x}{K_y} \alpha^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_t^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

Consecuentemente, el cambio de variable debe ser tal que:

$$\frac{K_x}{K_y} \alpha^2 = 1 \quad \alpha = \sqrt{\frac{K_y}{K_x}} \quad x_t = \sqrt{\frac{K_y}{K_x}} x$$

De esta manera la ecuación diferencial resultante corresponde a un medio equivalente isotrópico, en el cual

la red de flujo es ortogonal, y por tanto, se puede utilizar el método gráfico.

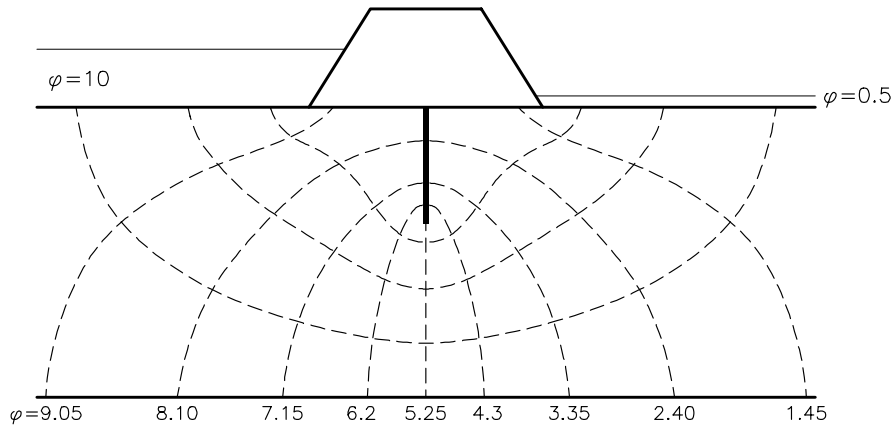


Figura 26.2. Red de flujo en el plano $x_t - y$.

En este problema $K_y = K_v$ y $K_x = K_h = 4 K_v$, luego:

$$x_t = \sqrt{\frac{K_v}{4 K_v}} x = \frac{1}{2} x$$

que permite dibujar una red de flujo ortogonal en el plano $(x_t - y)$. En la figura 26.2 se ha representado esta red de flujo con 10 intervalos de salto de nivel piezométrico, lo que corresponde a 11 curvas de igual nivel o equipotenciales. Puede verse que además de ortogonal, la red de flujo se ha dibujado con equidistancia entre equipotenciales y líneas de corriente en cada celda. La diferencia de nivel piezométrico entre cada dos líneas equipotenciales es:

$$\Delta\phi = \frac{10 - 0.5}{10} = 0.95$$

y las curvas de nivel dibujadas corresponden a los valores 10, 9.05, 8.10, 7.15, 6.20, 5.25, 4.30, 3.35, 2.40, 1.45 y 0.5 m.

Una vez construida la red de flujo en el plano $(x_t - y)$ puede trasladarse al plano original $(x - y)$, en el que puede verse que la red de flujo no cumple las propiedades de ortogonalidad y equidistancia que cumplía la red en el espacio transformado, al haberse distorsionado (Fig. 26.3).

Para calcular el caudal que circula a través del terreno, debido a la anisotropía del medio, debe calcularse una permeabilidad equivalente definida como:

$$K_{eq} = \sqrt{K_x K_y}$$

que en este caso tiene un valor de:

$$K_{eq} = \sqrt{K_x K_y} = \sqrt{4 \times 10^{-4} \times 10^{-4}} = 2 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$$

y dado que en la red de flujo las celdas se han tomado aproximadamente cuadradas, el caudal total podrá obtenerse como:

$$Q = n_{\text{tubos}} K_{eq} \Delta\phi = 4 K_{eq} \Delta\phi = 4 \times 2 \times 10^{-4} \text{ cm/s} \times 0.95 \text{ m}$$

$$Q = 7.6 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{m s}} = 0.656 \frac{\text{m}^3}{\text{m día}}$$

donde 4 es el número de tubos de flujo que se han obtenido en la red de flujo y $\Delta\phi$ es la pérdida de nivel entre dos líneas equipotenciales.

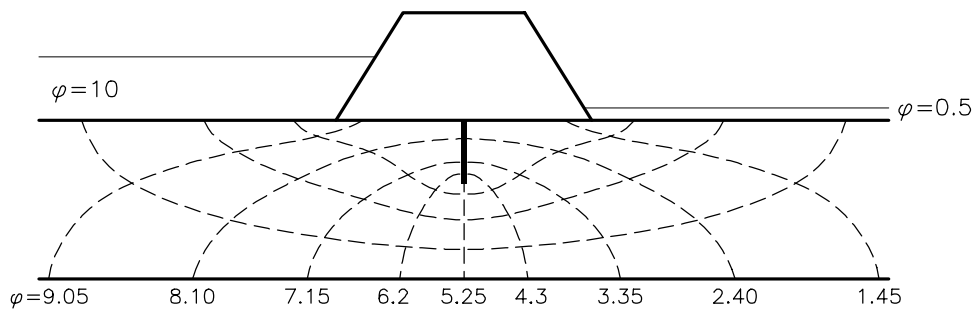


Figura 26.3. Red de flujo en el plano $x - y$.

Por último, se calculará la ley de presiones sobre la pantalla. Para ello, en primer lugar puede obtenerse el nivel piezométrico en cada punto mediante interpolación desde las equipotenciales contiguas. La figura 26.4 muestra la ley de variación de ϕ sobre las paredes de la pantalla.

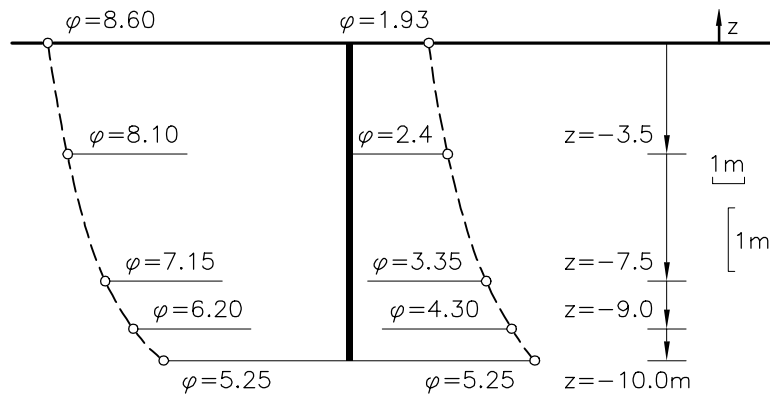


Figura 26.4 Ley de niveles piezométricos sobre la pantalla

A partir de esta ley es inmediato estimar la ley de presiones intersticiales ya que:

$$\varphi = z + \frac{u}{\gamma_w} \quad u = (\varphi - z)\gamma_w$$

donde es preciso utilizar también la cota de cada punto, que en este caso, se mide desde la superficie del terreno y por tanto en la pantalla los valores son negativos.

En la figura 26.5 se incluye también la presión neta sobre la pantalla que se obtiene por diferencia entre las presiones de agua a ambos lados de la misma.

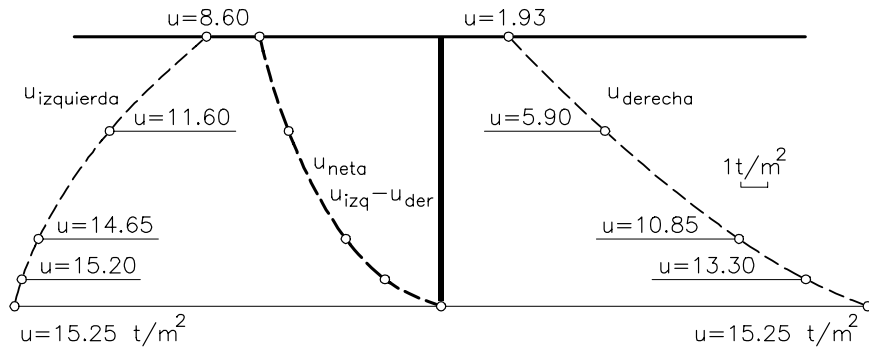


Figura 26.5 Ley de presiones sobre la pantalla

PROBLEMA 27.

Un talud indefinido con inclinación β está compuesto por un estrato limoso (γ_d , γ_{sat} , K), de potencia h uniforme, sobre roca impermeable. El nivel freático está situado a una distancia s en vertical por debajo de la superficie del terreno. Obtener en estas condiciones:

- la red de flujo en el terreno;
- la ley de presiones intersticiales con la vertical;
- el caudal producido;
- las leyes de presiones totales y efectivas en planos paralelos a la superficie, y la dirección de la tensión sobre planos verticales.

Aplicarlo al caso $h=6$ m, $s=1$ m, $\beta=15^\circ$, $\gamma_d=1.8$ t/m³, $\gamma_{sat}=2.0$ t/m³, y $K=10^{-3}$ cm/s.

- La red de flujo se ha dibujado en la figura 27.1. Tanto la base impermeable del talud como la superficie freática son líneas de corriente que, además, son paralelas entre sí. En consecuencia, se produce flujo en condiciones unidimensionales.

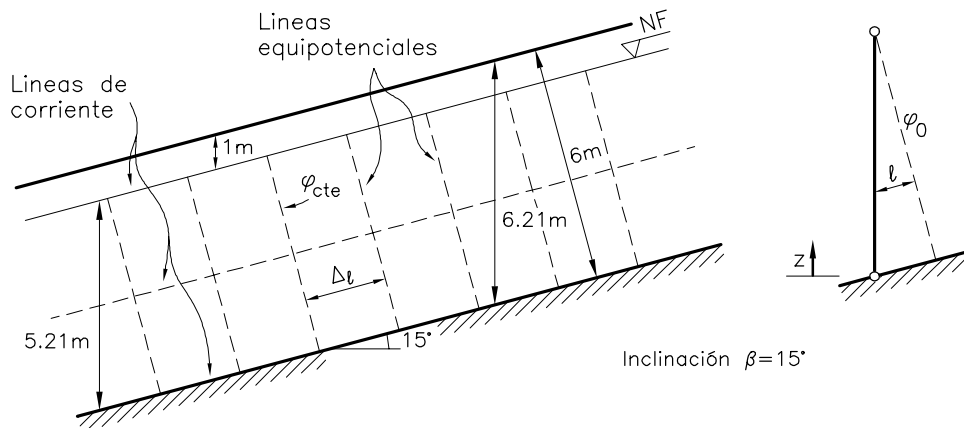


Figura 27.1 Red de flujo en talud indefinido

Para evaluar el gradiente de nivel piezométrico basta con considerar la inclinación de la superficie freática. Entre dos puntos separados una distancia Δl se produce una variación de nivel $\Delta\varphi$. La variación por unidad de longitud puede asociarse con el seno del ángulo que forma el talud.

$$\nabla\varphi = \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} = -\sin\beta$$

Si se particulariza para los valores del problema resulta:

$$\nabla\varphi = -\sin 15^\circ = -0.26$$

b) Las leyes de presiones intersticiales y de niveles piezométricos en la vertical se pueden obtener si se toma una línea vertical que desde cualquier punto del borde impermeable del talud se lleva hasta la equipotencial de valor φ_0 . Este valor es arbitrario al ser el talud indefinido. En cualquier punto de dicha línea vertical el nivel piezométrico puede calcularse como:

$$\varphi = \varphi_0 + l \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} = \varphi_0 - l \sin\beta$$

y en esta expresión:

$$l = (H-s-z) \sin\beta$$

en la que H es el espesor del terreno y s la profundidad del nivel freático, ambas medidas en la dirección vertical. Por tanto, la ley de niveles piezométricos y presiones intersticiales resultante es:

$$\varphi = \varphi_0 + l \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} = \varphi_0 - (H-s-z) \sin^2\beta$$

$$u = (\varphi_0 - (H-s-z) \sin^2\beta - z) \gamma_w$$

Particularizando con los datos del problema resulta:

$$\varphi = \varphi_0 - l \sin 15^\circ = 5.21 - l \times 0.26$$

donde l se obtiene como:

$$l = (5.21 - z) 0.26$$

Sustituyendo l en φ y φ en u y resulta en este caso:

$$\begin{aligned} u &= (\varphi - z) \gamma_w = (5.21 - l \sin 15^\circ - z) \gamma_w = \\ &= \gamma_w (5.21 - (5.21 - z) \times 0.26 \times 0.26 - z) = 4.85 - 0.93 z \end{aligned}$$

Se puede comprobar que:

$$u(z = 0) = 4.85 \text{ t/m}^2$$

$$u(z = 5.21) = 0 \text{ t/m}^2$$

que son los valores en los extremos, es decir, en la superficie y en el contacto con el borde impermeable.

c) El caudal Q es igual al flujo (q) multiplicado por el área, esto es:

$$q = -K \nabla \varphi = -K \frac{\Delta \varphi}{\Delta l} \quad Q = q b l$$

siendo b el espesor saturado y l la longitud que se toma perpendicular a la sección. Utilizando los datos del problema se obtiene el siguiente valor:

$$Q = K \frac{\Delta \varphi}{\Delta l} b \times l = 0.864 \text{ m/día} \times 0.26 \times (5.21 \cos 15^\circ) \times 1 \text{ m} = 1.13 \text{ m}^3/\text{día}$$

donde la permeabilidad se ha tomado como:

$$K = 10^{-3} \text{ cm/s} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \times \frac{86400 \text{ s}}{1 \text{ día}} = 0.864 \text{ m/día}$$

d) En el enunciado del problema se piden las tensiones sobre planos paralelos a la superficie, y la dirección de la tensión sobre planos verticales. En este último caso, no se pide el módulo puesto que no es posible deducirlo de la condición de equilibrio de tensiones. Sin embargo, al tratarse de un talud indefinido, puede concluirse que en cualquier plano vertical las tensiones son iguales. En la figura 27.2 se ha representado su dirección que, debido a que debe equilibrar la componente del peso del terreno paralela al talud, dicha tensión sobre planos verticales también es paralela a la inclinación del talud.

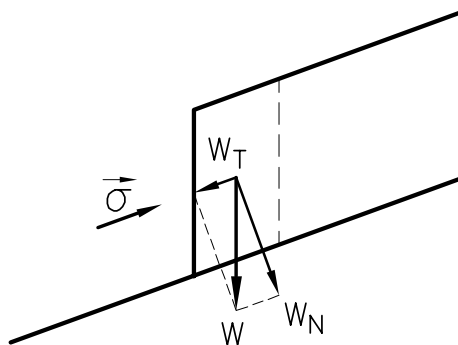


Figura 27.2 Orientación de la tensión en un plano vertical

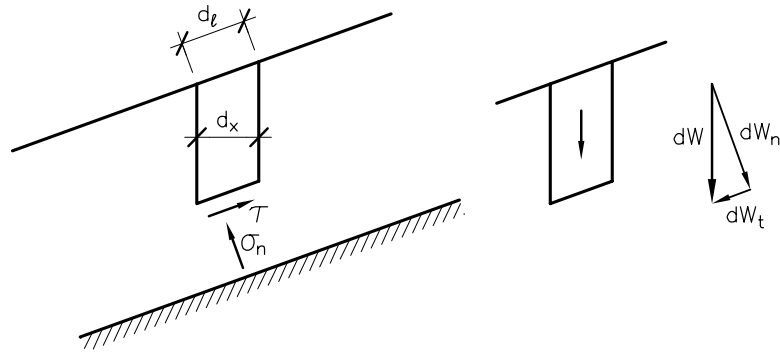


Figura 27.3 Esquema de la sección para el cálculo de tensiones.

Para el cálculo de las tensiones sobre planos paralelos a la superficie, basta tener en cuenta que en planos verticales las tensiones son iguales. Esto implica que sólo es necesario establecer la condición de equilibrio de tensiones en la dirección normal y tangencial a dicho plano paralelo a la superficie del talud. Para ello se toma una rebanada (Fig. 27.3) de ancho dx que llegue hasta profundidad $(H-z)$ siendo H el espesor en la dirección vertical del talud.

En $z \leq 5.21$ m (sobre NF), la condición de equilibrio entre el peso y las tensiones es:

$$\sigma_n dl = \gamma_d (H-z) dx \cos \beta$$

$$\tau dl = \gamma_d (H-z) dx \sin \beta$$

$$dx = dl \cos \beta$$

que al particularizar da lugar a:

$$\sigma_n = \gamma_d (6.21 - z) \cos^2 15^\circ$$

$$\tau = \gamma_d (6.21 - z) \cos 15^\circ \sin 15^\circ$$

En $0 \leq z < 5.21$ (bajo NF), la condición de equilibrio entre el peso y las tensiones es:

$$\sigma_n dl = (\gamma_d \times 1 + \gamma_{sat}(H-z)) dx \cos \beta$$

$$\tau dl = (\gamma_d \times 1 + \gamma_{sat}(H-z)) dx \sin \beta$$

que al particularizar da lugar a:

$$\sigma_n = (\gamma_d \times 1 + \gamma_{sat}(5.21 - z)) \cos^2 15^\circ$$

$$\tau = (\gamma_d \times 1 + \gamma_{sat}(5.21 - z)) \sin 15^\circ \cos 15^\circ$$

$$\sigma'_n = \sigma_n - u \quad u = \gamma_w (4.85 - 0.93z)$$

En este último caso se calcula también la tensión efectiva a partir de la ley de tensiones totales y la de presiones intersticiales.

El hecho de utilizar γ_d en la zona por encima del nivel freático está justificado al tratarse de un estrato no arcilloso. En general, el peso específico del terreno en esta zona varía entre el peso específico seco y el saturado, y su valor depende de lo lejos o cerca que se encuentre el punto en cuestión del nivel freático. En este caso particular sería más aconsejable utilizar un peso específico más cercano al saturado que al peso específico seco por tratarse de una zona muy cercana al nivel freático.

PROBLEMA 28.

Se va a construir un dique seco en una zona portuaria con el nivel freático en superficie y en un terreno con un peso específico γ_{sat} y una permeabilidad K . Obtener:

- la relación entre el espesor de la losa de base de hormigón (γ_b , K_b) y la altura libre en el dique para que, suponiendo condiciones unidimensionales, el dique no flote con un factor de seguridad F ; ¿qué orden de magnitud de valores de F se deberá utilizar?;
- ¿cómo se modificaría el cálculo si se suponen condiciones bidimensionales?; ¿aumentará o disminuirá en este caso F ?;
- ¿qué caudal deberá bombearse en el interior del dique suponiendo condiciones unidimensionales?;
- ¿qué medidas podrían adoptarse para aumentar la altura libre del dique sin disminuir el factor de seguridad?

Aplicarlo al caso $\gamma_{sat}=1.8 \text{ t/m}^3$ y $K=10^{-3} \text{ cm/s}$ (terreno); $\gamma_b=2.4 \text{ t/m}^3$ y $K_b=10^{-8} \text{ cm/s}$ (hormigón).

La figura 28.1 es una representación esquemática de un dique seco construido en un terreno saturado. A representa un punto cualquiera en la superficie del terreno, mientras que C representa un punto en el interior de dicho dique. Entre A y C existe una diferencia de potencial de valor H , pero debido a la baja permeabilidad del hormigón con respecto al terreno, la pérdida de carga se produce prácticamente en su totalidad entre B y C .

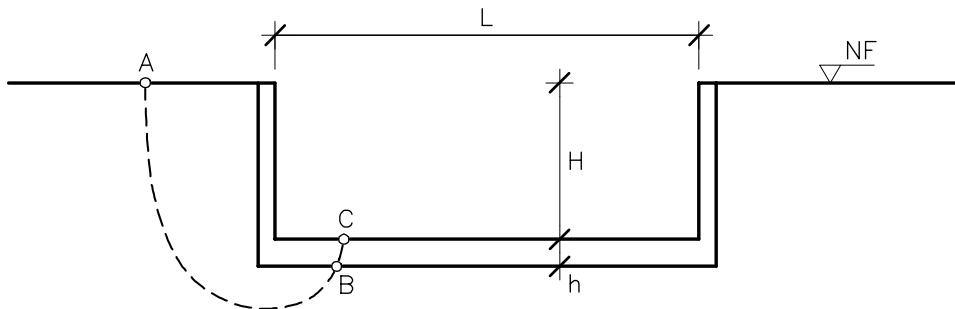


Figura 28.1 Esquema del dique seco

- En este apartado se pide la relación entre h y H en función de las demás variables del problema. Para ello se establece el factor de seguridad a la flotabilidad, en el que intervienen unas acciones a favor y

otras en contra:

A favor (peso): $h \gamma_b$

En contra (subpresión): $(H+h) \gamma_w$

El dique flotará cuando la subpresión supere el peso del dique. El factor de seguridad F a la flotabilidad podrá expresarse como:

$$F = \frac{h \gamma_b}{(H+h) \gamma_w} = \frac{\sigma}{u}$$

condición que, como puede verse, expresa el cociente entre la tensión total y la presión intersticial en la superficie inferior de la losa del dique. La estructura flotaría en la situación en la que las tensiones totales se igualasen con la presión intersticial. Como puede observarse esta condición es equivalente a la condición de sifonamiento. De dicha condición puede obtenerse:

$$F = \frac{\frac{h}{H} \gamma_b}{\left(1 + \frac{h}{H}\right) \gamma_w} \quad \gamma_w F + \frac{h}{H} \gamma_w F = \frac{h}{H} \gamma_b$$

$$\frac{h}{H} = \frac{\gamma_w F}{\gamma_b - \gamma_w F} = \frac{1}{\frac{\gamma_b}{\gamma_w F} - 1}$$

Para los datos del problema se tendrán los siguientes valores:

$$\begin{aligned} F = 1 & \quad h/H = 0.71 \\ F = 1.1 & \quad h/H = 0.85 \end{aligned}$$

Se observa que F puede ser poco mayor que 1 ($1 < F < 1.1$) en este caso; de lo contrario, h/H aumenta mucho y la losa necesaria para garantizar un determinado factor de seguridad sería de gran espesor.

b) En condiciones bidimensionales, el factor de seguridad aumenta para una misma relación h/H ya que las pantallas laterales contribuyen a aumentar el peso de la estructura y, además, en ellas puede existir un rozamiento hormigón-terreno también favorable. Este hecho sólo sería significativo para relaciones L/H no muy grandes. Si L/H aumenta, la colaboración de las pantallas laterales disminuye y se tiende a las condiciones unidimensionales.

c) El caudal que se infiltra se obtiene directamente por aplicación de la ley de Darcy en la losa de hormigón (el origen de la z se toma en la cara superior de la losa y en sentido ascendente):

$$q = -K_b \frac{\Delta\varphi}{\Delta z} = -K_b \frac{\varphi_C - \varphi_B}{z_c - z_B} = -K_b \frac{h - (H+h)}{h-0} = K_b \frac{H}{h} = K_b \left(\frac{\gamma_b}{\gamma_w F} - 1 \right)$$

donde se ha sustituido la relación H/h por la expresión obtenida anteriormente. La permeabilidad expresada en m/día es:

$$K_b = 1 \times 10^{-8} \text{ cm/s} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \times \frac{86400 \text{ s}}{1 \text{ día}} = 8.64 \times 10^{-6} \text{ m/día}$$

Para los factores de seguridad considerados resultan unos caudales de:

$$F = 1 \quad q = 1.2 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2 \text{ día}} = 0.012 \frac{\text{l}}{\text{m}^2 \text{ día}}$$

$$F = 1.1 \quad q = 0.010 \frac{\text{l}}{\text{m}^2 \text{ día}}$$

d) Para aumentar H sin variar el factor de seguridad se pueden adoptar varias medidas. En primer lugar aumentar h que, como ya se ha dicho, está bastante limitado si quiere evitarse una losa demasiado gruesa. Otra opción es aumentar el espesor de las pantallas laterales que puede combinarse con disminuir, si es posible, L/H , que aumentaría su contribución. Otra opción a considerar sería la posibilidad de instalar anclajes verticales hacia capas inferiores. Por último, otra posible alternativa sería la de rebajar nivel freático mediante bombeo con objeto de rebajar la subpresión.

Capítulo 4. Consolidación de suelos saturados

PROBLEMA 29.

Obtener para un terreno compuesto por un estrato arcilloso ($\gamma_{sat} = 2 \text{ t/m}^3$, $a_v = 0.048 \text{ cm}^2/\text{kp}$, $e_0 = 0.8$ y $K = 10^{-7} \text{ cm/seg}$) de 4 m de potencia (NF en superficie) sobre un macizo impermeable, la carga σ extensa y uniformemente repartida que en el plazo de un año hace alcanzar a dicho estrato un asiento de 10 cm. Estimar el parámetro C_c de este terreno.

En primer lugar se calculará el coeficiente de consolidación:

$$c_v = \frac{K(1+e)}{\gamma_w a_v} = \frac{10^{-7} \text{ cm/s} \times (1+0.8)}{1000 \text{ kp/m}^3 \times 0.048 \text{ cm}^2/\text{kp}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{86.400 \text{ s}}{1 \text{ día}} =$$

$$= 0.0324 \text{ m/día} = 3.75 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

En segundo lugar se calculará el asiento a largo plazo. El espesor del estrato (4 m) coincide en este caso con la longitud asociada a cada punto de drenaje ya que el borde inferior es impermeable y, por tanto, $H=4 \text{ m}$.

$$\delta_{\infty} = \frac{H}{1+e_0} a_v \Delta\sigma' = \frac{400 \text{ cm}}{1+0.8} \times 0.048 \text{ cm}^2/\text{kp} \Delta\sigma' = 10.7 \Delta\sigma'$$

Con objeto de determinar el asiento a 1 año, el tiempo adimensional correspondiente se calcula como:

$$T = \frac{c_v t}{H^2} = \frac{0.0324 \times 1 \text{ año} \times 365 \text{ día/año}}{(4 \text{ m})^2} = 0.74$$

y el grado de consolidación correspondiente como:

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} T\right) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} 0.74\right) = 0.86 \quad (T > 0.2)$$

Para que el asiento a un año ($\delta_{1\text{año}}$) sea de 10 cm, debe producirse un asiento final (δ_{∞}):

$$\delta_{1\text{año}} = 10 \text{ cm} = 0.86 \times \delta_{\infty} \quad \delta_{\infty} = 11.6 \text{ cm}$$

Para que se produzca este asiento final se requiere un incremento de tensión efectiva de:

$$11.6 = 10.7\Delta\sigma' \quad \Delta\sigma' = 1.08 \text{ kp/cm}^2$$

A largo plazo, las presiones intersticiales se disipan y por tanto el cambio de tensión efectiva es igual al cambio de tensión total, es decir, $\Delta\sigma' = \Delta\sigma = 1.08 \text{ kp/cm}^2$.

Con los resultados obtenidos, es posible calcular el índice de compresión. En el caso de adoptar una forma incremental o secante resulta:

$$C_c = \frac{\Delta e}{\Delta \log \sigma'} = \frac{a_v \Delta \sigma'}{\log \frac{\sigma'_t}{\sigma'_0}}$$

Para un punto en el centro del estrato:

$$\sigma'_0 = \gamma_{\text{sum}} \times 2 \text{ m} = 2 \text{ t/m}^2 = 0.2 \text{ kp/cm}^2 \quad C_c = \frac{0.048 \times 1.08}{\log_{10} \frac{0.2+1.08}{0.2}} = 0.064$$

Al realizar este cálculo en dicho punto en el centro del estrato se está suponiendo implícitamente que a_v corresponde a dicho punto.

Nota: Tal como se ha dicho, se ha adoptado la forma secante para relacionar C_c y a_v . Sin embargo, cabría la posibilidad de utilizar una forma tangente. La obtención de ambas formas se presenta a continuación.

Coficiente secante. Se toman expresiones incrementales y se iguala el cambio de índice de poros dado por el modelo lineal (a_v) y el dado por el no lineal (C_c):

$$\begin{aligned} \Delta e &= -a_v \Delta \sigma' & \Delta e &= -C_c \log \frac{\sigma'_t}{\sigma'_0} \\ a_v \Delta \sigma' &= C_c \log \frac{\sigma'_t}{\sigma'_0} & a_v &= \frac{C_c \log (\sigma'_t/\sigma'_0)}{\Delta \sigma'} \end{aligned}$$

Coficiente tangente. Análogo al caso anterior pero usando expresiones diferenciales:

$$\begin{aligned} de &= -a_v d\sigma' & de &= -C_c d(\log \sigma') = -C_c \frac{1}{\sigma' \ln 10} d\sigma' \\ a_v d\sigma' &= C_c \frac{1}{\sigma' \ln 10} d\sigma' & a_v &= \frac{C_c}{\sigma' \ln 10} \end{aligned}$$

En este caso para σ' pueden tomarse diferentes valores. Una alternativa razonable es utilizar el punto intermedio entre el inicial y el final, es decir:

$$\sigma' = \frac{\sigma'_f + \sigma'_0}{2}$$

PROBLEMA 30.

En un terreno arcilloso de 5 m de potencia sobre arena (NF en superficie), que está en proceso de consolidación a causa de una carga extensa $\sigma = 1 \text{ kp/cm}^2$, se mide en un momento dado un asiento en superficie de 4 cm y, con un piezómetro, una presión intersticial de 1.05 kp/cm^2 a 2.5 m de profundidad. Obtener el asiento del terreno a largo plazo.

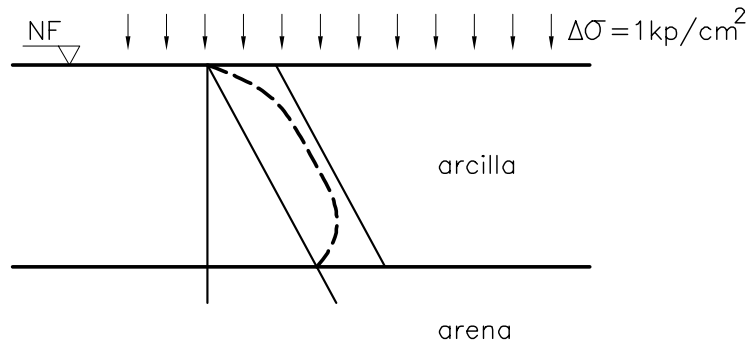


Figura 30.1 Representación esquemática del terreno e isocronas de presión intersticial inicial e intermedia

Al disponer de la presión intersticial en un punto, es posible determinar el grado de consolidación en que se encuentra el estrato en el instante de la realización de la medida. Para ello se calcula el exceso de presión inicial, en el instante considerado y el valor adimensional.

La presión hidrostática en el punto medio será:

$$u_h = \gamma_w \times 2.5 \text{ m} = 2.5 \text{ t/m}^2 = 0.25 \text{ kp/cm}^2$$

Por tanto, el exceso de presión viene dado por:

$$u_e = u - u_h = 1.05 - 0.25 = 0.80 \text{ kp/cm}^2$$

El exceso de presión sobre la presión hidrostática tras la aplicación de la carga es:

$$u_0 = \Delta\sigma = 1 \text{ kp/cm}^2$$

Por tanto, el exceso de presión adimensional correspondiente al centro del estrato, y la profundidad adimensional (al existir drenaje tanto por el extremo superior como por el inferior, $H=2.5$) son:

$$W(Z,T) = \frac{u_e}{u_0} = \frac{0.80 \text{ kp/cm}^2}{1 \text{ kp/cm}^2} = 0.80 \quad Z = \frac{z}{H} = \frac{2.5 \text{ m}}{2.5 \text{ m}} = 1$$

De la gráfica de $W(Z,T)$ (Fig. 30.2) se obtiene para $U=0.8$ y $Z=1$ un tiempo adimensional $T = 0.18$, que cumple $T < 0.2$, y por tanto, el grado de consolidación será:

$$U(T) = \sqrt{\frac{4T}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 0.18}{\pi}} = 0.479$$

Finalmente este grado de consolidación permite calcular el asiento final:

$$\delta_t = \delta_\infty U \quad \delta_\infty = \frac{\delta_t}{U} = \frac{4 \text{ cm}}{0.479} = 8.36 \text{ cm}$$

donde δ_t es el asiento para un tiempo t y δ_∞ el asiento a largo plazo, o sea, para $t = \infty$.

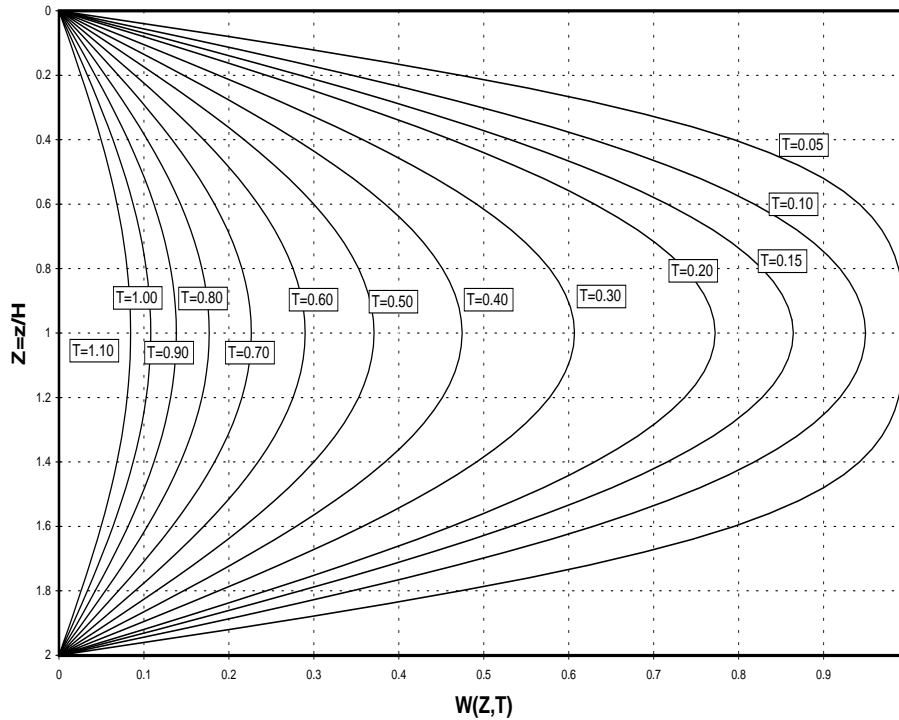


Figura 30.2. Diagrama adimensional de isocronas de presión intersticial.

PROBLEMA 31.

En un terreno con geometría unidimensional, compuesto sucesivamente por un estrato arenoso en superficie muy permeable y poco deformable, de 2 m de potencia (NF en la cota -1 m), un estrato arcilloso ($E_m = 100 \text{ t/m}^2$, $K = 10^{-7} \text{ cm/seg}$) de 5 m de potencia, otro estrato arenoso muy permeable y poco deformable de 3 m de potencia y un estrato arcilloso ($E_m = 200 \text{ t/m}^2$, $K = 5.10^{-8} \text{ cm/seg}$) de 4 m de potencia, todos ellos sobre un macizo impermeable, se realizan las dos hipótesis alternativas siguientes para estudiar los asientos de consolidación en el caso de construcción (rápida) de un terraplén de grandes dimensiones y 2 m de altura ($\gamma_n = 2 \text{ t/m}^3$):

A) La capa de arena intermedia está conectada hidráulicamente con la capa de arena superior, de forma que las presiones intersticiales que en ella se producen pueden suponerse continuamente iguales a las hidroestáticas impuestas por la situación del nivel freático.

B) La capa de arena intermedia no está conectada hidráulicamente con la capa de arena superior, por lo que las presiones intersticiales que en ella se producen vendrán determinadas por el comportamiento de los estratos arcillosos superior e inferior.

Obtener, suponiendo alternativamente las dos hipótesis anteriores:

- las leyes de presiones intersticiales iniciales (tras el drenaje de las arenas si se encuentran conectadas hidráulicamente) y a largo plazo;
- la dirección de los caudales producidos;
- el asiento final y el producido al cabo de 1 año, así como el grado de consolidación medio a que corresponde éste último;
- el tiempo transcurrido para llegar a un grado de consolidación medio del 45%;
- las isocronas para $t=1$ año (indicarlas gráficamente a estima).

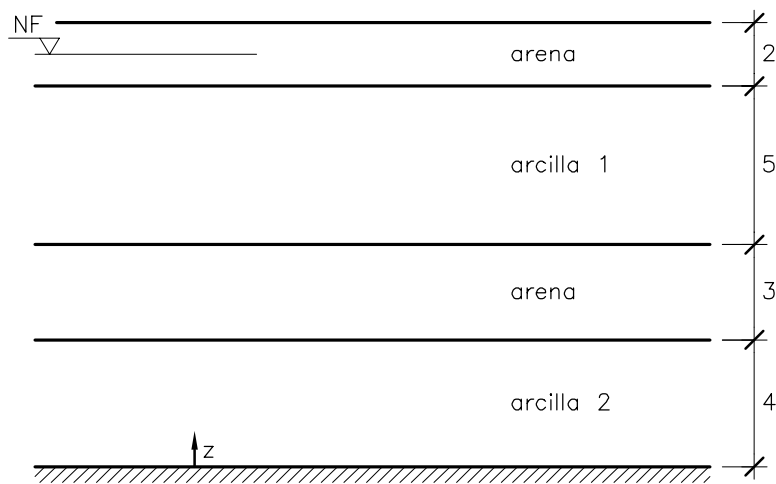


Figura 31.1 Representación esquemática del terreno

En primer lugar se resuelve el caso A, incluyendo cada uno de los apartados del problema.

Aa) La ley de presiones intersticiales a largo plazo (I-II-V-VI-IX en la figura 31.3) corresponde también con la ley hidroestática inicial. Dicha ley es (coordenada z desde la base impermeable):

$$u = \gamma_w (13 - z) \quad \text{para } 0 < z < 13$$

Y la ley de presiones intersticiales iniciales (I-II-III-IV-V-VI-VII-VIII-IX en Fig. 31.3) suponiendo que la disipación de presiones en las capas arenosas se produce de forma prácticamente instantánea:

$$u = \gamma_w (13 - z) \quad \text{para } 12 < z < 13$$

$$\begin{aligned} u &= \gamma_w (13 - z) + 4.0 & \text{para } 7 < z < 12 \\ u &= \gamma_w (13 - z) & \text{para } 4 < z < 7 \\ u &= \gamma_w (13 - z) + 4.0 & \text{para } 0 < z < 4 \end{aligned}$$

donde se ha tenido en cuenta que el cambio de presión instantáneo al aplicar el terraplén es:

$$\Delta u = \Delta \sigma = 2 \text{ t/m}^3 \times 2 \text{ m} = 4 \text{ t/m}^2$$

que, como se ha dicho, se disipa rápidamente en las capas arenosas.

Ab) La dirección de los caudales producidos en las capas arcillosas durante el proceso de consolidación se representa en la figura 31.2. Aunque no se representa en dicha figura, en la capa arenosa intermedia también se producen caudales pero, al desconocerse el detalle de la conexión hidráulica, no es posible dibujar su dirección.

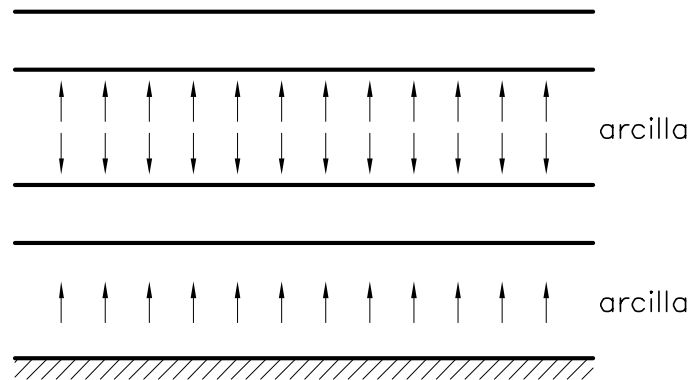


Figura 31.2. Dirección de los caudales producidos durante la consolidación.

Ac) Asiento final y a 1 año. El coeficiente de consolidación se puede calcular como:

$$c_v = \frac{K(1+e_0)}{\gamma_w a_v} = \frac{K E_m}{\gamma_w}$$

Para el estrato de arcilla superior (arcilla 1) se obtendrá:

$$c_v^1 = \frac{10^{-7} \text{ cm/s} \times 100 \text{ t/m}^2}{1 \text{ t/m}^3} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \times \frac{86400 \text{ s}}{1 \text{ día}} = 0.0086 \text{ m}^2/\text{día} \quad (0.001 \text{ cm}^2/\text{s})$$

mientras que para el estrato de arcilla inferior (arcilla 2):

$$c_v^2 = \frac{5 \times 10^{-8} \text{ cm/s} \times 200 \text{ t/m}^2}{1 \text{ t/m}^3} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \times \frac{86400 \text{ s}}{1 \text{ día}} = 0.0086 \text{ m}^2/\text{día} \quad (0.001 \text{ cm}^2/\text{s})$$

Por otro lado, el asiento a largo plazo ($\Delta \sigma' = \Delta \sigma = 4 \text{ t/m}^2$) es:

$$\delta_\infty = \Sigma \frac{h}{E_m} \Delta \sigma' = \frac{5 \text{ m}}{100 \text{ t/m}^2} \times 4 \text{ t/m}^2 + \frac{4 \text{ m}}{200 \text{ t/m}^2} \times 4 \text{ t/m}^2 = 0.20 + 0.08 = 0.28 \text{ m} = 28 \text{ cm}$$

Los tiempos adimensionales y grados de consolidación para $t = 1$ año se pueden obtener como:

$$T^1 = \frac{0.0086 \text{ m}^2/\text{día} \times 365 \text{ día}}{(2.5 \text{ m})^2} = 0.502 \quad U^1 = 0.75$$

$$T^2 = \frac{0.0086 \text{ m}^2/\text{día} \times 365 \text{ día}}{(2.5 \text{ m})^2} = 0.196 \quad U^2 = 0.50$$

donde se han utilizado las correspondientes expresiones aproximadas del grado de consolidación en función del tiempo adimensional. Finalmente, para $t=1$ año el asiento viene dado por:

$$\delta_{t=1 \text{ año}} = 0.75 \times 20 \text{ cm} + 0.50 \times 8 \text{ cm} = 19 \text{ cm}$$

Debido a que el terreno presenta más de una capa arcillosa, debe hacerse la distinción entre el grado de consolidación medio y el grado de consolidación de cada estrato arcilloso que, en general no serán iguales. Si δ^1 y δ^2 son los asientos correspondientes a cada sustrato arcilloso, dichos grados de consolidación vienen dados por:

$$U^1 = \frac{\delta_t^1}{\delta_\infty^1} \quad U^2 = \frac{\delta_t^2}{\delta_\infty^2} \quad U^{\text{medio}} = \frac{\delta_t^1 + \delta_t^2}{\delta_\infty^1 + \delta_\infty^2}$$

Ad) Para que el grado de consolidación medio sea de 0.45 debe producirse un asiento de:

$$\delta_t = 0.45 \times 28 = 12.6 \text{ cm}$$

El tiempo para que se produzca este asiento será menor que 1 año porque 12.6 es menor que los 19 cm obtenidos en el apartado anterior. A partir de los tiempos adimensionales calculados en el mismo se puede concluir que T^2 será menor que 0.2. En cuanto a T^1 no se puede asegurar lo mismo aunque se supondrá inicialmente que también lo es. En el caso de que posteriormente se viese que no es menor que 0.2, habría que repetir el cálculo con la otra hipótesis de partida. Se plantea, por tanto, la ecuación:

$$U^1 \times 20 \text{ cm} + U^2 \times 8 \text{ cm} = 12.6 \text{ cm}$$

Y, al suponer que $T < 0.2$ en ambos casos, se usa la correspondiente expresión de $U(T)$:

$$\sqrt{\frac{4 \times 0.0086 \times t}{\pi \times 2.5^2}} \times 20 + \sqrt{\frac{4 \times 0.0086 \times t}{\pi \times 4^2}} \times 8 = 12.6$$

que operando lleva a:

$$0.0419 \times 20 \times \sqrt{t} + 0.0262 \times 8 \times \sqrt{t} = 12.03$$

$$12.6 \sqrt{t} = 12.03 \quad t = 145 \text{ días}$$

y con este resultado se comprueba la hipótesis adoptada, $T^1 = 0.2$; $T^2 = 0.08$ (ambos menores o iguales que 0.2).

Ae) Las isocronas estimadas para $t=1$ año se han representado en la figura 31.3.

A continuación se resuelve el caso B.

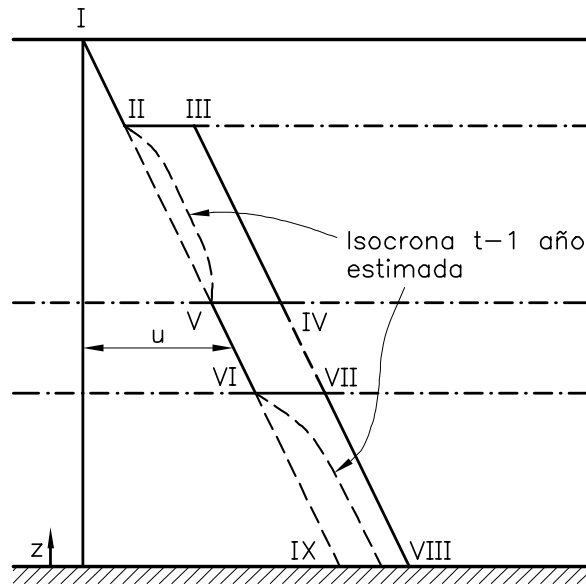


Figura 31.3 Leyes de presiones e iscronas estimadas

Ba) Las leyes de presiones a largo plazo (I-II-V-VI-IX en la figura 31.3) se corresponden también con la situación hidroestática:

$$u = \gamma_w(13 - z) \text{ para } 0 < z < 13$$

Y las presiones después de aplicar la carga (I-II-III-IV-VII-VIII-IX en la figura 31.3):

$$u = \gamma_w (13 - z) \text{ para } 12 < z < 13$$

$$u = \gamma_w (13 - z) + 4 \text{ t/m}^2 \text{ para } 0 < z < 12$$

Bb) La dirección de los caudales producidos durante el proceso de consolidación se representa en la figura 31.4.

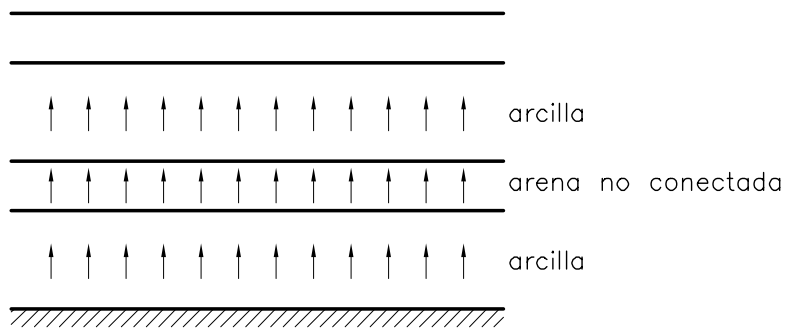


Figura 31.4 Dirección de los caudales producidos durante la consolidación

Bc) Los coeficientes de consolidación de los dos estratos ya han sido calculados en el apartado Ac):

$$c_v^1 = c_v^2 = 0.0086 \text{ m}^2/\text{día}$$

El asiento final es el mismo que en el caso anterior ya que éste no depende de cómo se produce el drenaje. Dado que la capa de arena intermedia es poco deformable y muy permeable no influirá prácticamente en el proceso de consolidación. De hecho, en este caso en que los coeficientes de consolidación son iguales, se puede considerar como si sólo existiera un estrato de espesor $5 + 4 = 9 \text{ m}$ que únicamente drena hacia arriba. Según lo indicado se tendrá:

$$T = \frac{0.0086 \text{ m}^2/\text{día} \times 365 \text{ día}}{(9 \text{ m})^2} = 0.04 \quad U = \sqrt{\frac{4T}{\pi}} = 0.22$$

$$\delta_{t=1 \text{ año}} = 0.22 \times 28 \text{ cm} = 6.2 \text{ cm}$$

Bd) El tiempo para llegar a un grado de consolidación de 0.45 se puede calcular como:

$$\delta_t = 0.45 \times 28 = 12.6 \text{ cm}$$

$$U = 0.45 \quad T = \frac{U^2 \pi}{4} = 0.17$$

$$t = \frac{TH^2}{C_v} = \frac{0.17 \times (9 \text{ m})^2}{0.0086 \text{ m}^2/\text{día}} = 1601 \text{ días}$$

Como puede observarse, el drenaje es más lento en este caso B que en el caso A debido a la no conexión hidráulica de la capa de arena intermedia, lo que fuerza a que todo el drenaje sea a través de la superficie del terreno.

Be) La figura 31.5 muestra una isocrona intermedia dibujada a estima.

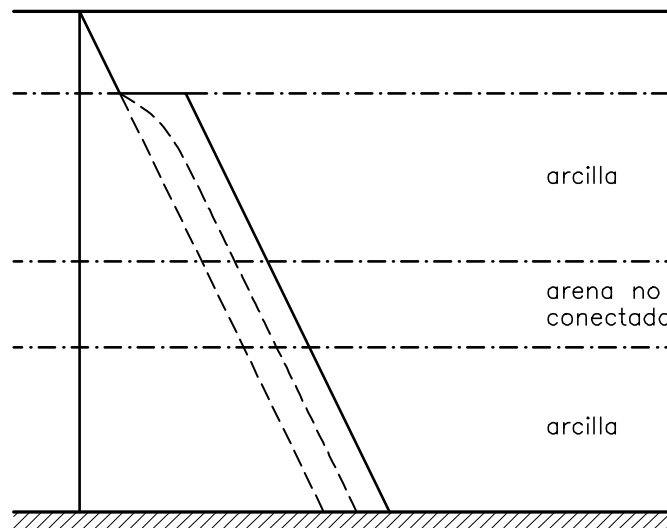


Figura 31.5 Isocrona intermedia estimada

PROBLEMA 32.

En un terreno con el nivel freático en superficie compuesto por un estrato arcilloso ($K=10^{-7}$ cm/s) de 10 m de espesor sobre gravas, se va a bombear agua de éstas últimas. Se prevé que este bombeo va a producir un rebajamiento de la altura piezométrica en las gravas de 3 m. Para reducir los asientos durante el proceso de bombeo se construye un terraplén de 1 m de altura ($\gamma_n=2$ t/m³) con la idea de obtener en un año el asiento total que produciría el bombeo, y comenzar con éste posteriormente. A los seis meses se comprueba, sin embargo, que se ha llegado tan sólo al 40 % de dicho asiento total.

- ¿Qué asiento se habrá producido al cabo de un año?
- ¿En qué plazo de tiempo se llegará al asiento total que produciría el bombeo?
- ¿Qué altura de terraplén tendría que haberse construido inicialmente para llegar a dicho asiento en un año?
- ¿Qué altura de terraplén adicional habrá que construir a los seis meses para obtener en un año el asiento total que produciría el bombeo?
- ¿Qué disposición de drenes se tendría que haber previsto inicialmente para que con la altura de terraplén de 1 m se llegase en un año al asiento que produciría el bombeo?

La figura 32.1 muestra una representación esquemática del terreno y las leyes de presiones que se desarrollarán tanto en el caso de la aplicación del terraplén como en el de la realización del bombeo.

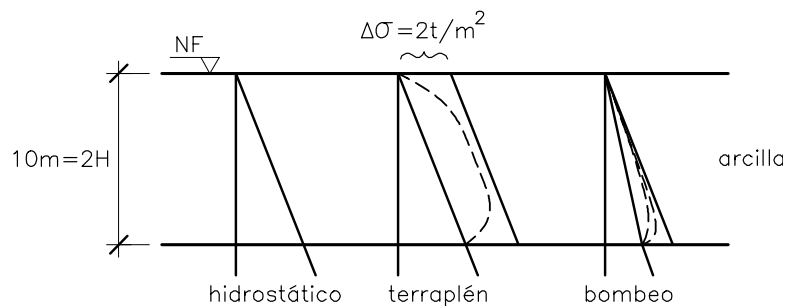


Figura 32.1 Representación esquemática del terreno y leyes de presiones

Debido a que, según el enunciado del problema, a los seis meses el terraplén ha producido el 40% del asiento final que produciría el bombeo, dicho asiento puede escribirse alternativamente como:

$$\delta = 0.40 \times \delta_{\infty}^{\text{bombeo}}$$

$$\delta = U_{t=6 \text{ meses}}^{\text{terraplén}} \times \delta_{\infty}^{\text{terraplén}}$$

Igualando las dos expresiones anteriores resulta que el grado de consolidación será:

$$U_{t=6 \text{ meses}}^{\text{terraplén}} = \frac{0.40 \times \delta_{\infty}^{\text{bombeo}}}{\delta_{\infty}^{\text{terraplén}}}$$

Los asientos finales en cada caso vendrán dados por:

$$\delta_{\infty}^{\text{terraplén}} = \frac{2H}{E_m} \Delta\sigma' = \frac{2H}{E_m} 2 \text{ t/m}^2$$

$$\delta_{\infty}^{\text{bombeo}} = \frac{2H}{E_m} \left(-\frac{\Delta u_A + \Delta u_B}{2} \right) = \frac{2H}{E_m} \left(-\frac{0-3}{2} \right) = \frac{2H}{E_m} \frac{3}{2} \text{ t/m}^2$$

Debido a la existencia de drenaje por ambos extremos del estrato arcilloso, el espesor de la capa será $2H$ si H se toma como la longitud asociada a cada punto de drenaje (Fig. 32.1). De las expresiones anteriores se deduce, por tanto, un grado de consolidación de:

$$U_{t=6 \text{ meses}}^{\text{terraplén}} = \frac{0.40 \frac{2H}{E_m} \frac{3}{2}}{\frac{2H}{E_m} \frac{3}{2}} = 0.30$$

Puesto que $T < 0.2$ al ser $U < 0.5$, el tiempo adimensional se calculará como:

$$U = \sqrt{\frac{4T}{\pi}} \quad T = \frac{U^2 \pi}{4} = \frac{0.3^2 \times \pi}{4} = 0.071$$

que da lugar a un coeficiente de consolidación:

$$T = \frac{c_v t}{H^2} \quad c_v = \frac{TH^2}{t} = \frac{0.071 \times (5 \text{ m})^2}{182.5 \text{ días}} = 0.0097 \text{ m}^2/\text{día}$$

Una vez obtenido el coeficiente de consolidación, es posible estimar el módulo de deformación edométrico si se conoce la permeabilidad:

$$c_v = \frac{KE_m}{\gamma_w} \quad E_m = \frac{\gamma_w c_v}{K} = \frac{1 \text{ t/m}^3 \times 0.0097 \text{ m}^2/\text{día} \times 100 \text{ cm}}{10^{-7} \text{ cm/s}} \times \frac{1 \text{ día}}{1 \text{ m}} \times \frac{1}{86400 \text{ s}} = 112 \text{ t/m}^2$$

y, por tanto, el asiento final será:

$$\delta_{\infty}^{\text{terraplén}} = \frac{2 \times 5 \text{ m}}{11.2 \text{ t/m}^2} \times 2 \text{ t/m}^2 = 0.179 \text{ m} \quad \delta_{\infty}^{\text{bombeo}} = \frac{2 \times 5 \text{ m}}{11.2 \text{ t/m}^2} \times \frac{3}{2} \text{ t/m}^2 = 0.134 \text{ m}$$

a) Asiento al cabo de 1 año:

$$T = \frac{c_v t}{H^2} = \frac{0.0097 \times 365}{5^2} = 0.142$$

$$U = \sqrt{\frac{4T}{\pi}} = 0.425 \quad \delta_{t=1 \text{ año}}^{\text{terraplén}} = 0.076 \text{ m}$$

b) Se pide el tiempo t para que $\delta_t^{\text{terraplén}} = \delta_{\infty}^{\text{bombeo}}$, $\delta_t^{\text{terraplén}} = U \delta_{\infty}^{\text{terraplén}} = \delta_{\infty}^{\text{bombeo}}$. En esta situación, el grado de consolidación será:

$$U = \frac{0.134}{0.179} = 0.749$$

puesto que en este caso $U > 0.5$, el tiempo adimensional correspondiente a este grado de consolidación se

deberá obtener como:

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} T\right)$$

$$T = -\frac{4}{\pi^2} \ln\left(\frac{\pi^2}{8}(1-U)\right) = 0.474$$

y por último se calcula el tiempo necesario para llegar a dicho asiento:

$$T = \frac{c_v t}{H^2} \quad t = \frac{TH^2}{c_v} = \frac{0.474 \times (5 \text{ m})^2}{0.0097 \text{ m}^2/\text{día}} = 3.35 \text{ años}$$

c) Del apartado a) se obtienen los siguiente valores: $t = 365$ días, $T = 0.142$ y $U = 0.425$. Esto indica que se requiere un terraplén tal que $0.425 \times \delta_{\infty}^{\text{terraplén}} = 0.134$ m, o sea, $\delta_{\infty}^{\text{terraplén}} = 0.315$ m; luego el espesor a del mismo puede calcularse como:

$$\delta_{\infty}^{\text{terraplén}} = \frac{2H}{E_m} \Delta\sigma' \quad \Delta\sigma' = \frac{\delta_{\infty}^{\text{terraplén}} \times E_m}{2H} = \frac{0.315 \text{ m} \times 112 \text{ t/m}^2}{2 \times 5 \text{ m}}$$

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma' = 3.53 \text{ t/m}^2 = a \times 2 \text{ t/m}^2$$

$$a = 1.76 \text{ m}$$

d) El asiento total se produce como suma de la contribución del terraplén ya existente a los seis meses, más el asiento causado por el incremento de terraplén, es decir:

$$\delta_{\infty}^{\text{bombeo}} = \delta_{t=1 \text{ año}}^{\text{terraplén}} + \delta_{t=6 \text{ meses}}^{\text{increm.}}$$

$$\delta_{t=6 \text{ meses}}^{\text{increm.}} = 0.134 - 0.076 = 0.058 \text{ m}$$

Ya se había calculado $T = 0.071$ y $U = 0.30$ correspondiente a $t = 6$ meses. Por tanto el asiento total que producirá el incremento será:

$$\delta_{t=6 \text{ meses}}^{\text{increm.}} = 0.30 \delta_{\infty}^{\text{increm.}} \quad \delta_{\infty}^{\text{increm.}} = \frac{0.58}{0.30} = 0.193 \text{ m}$$

Consecuentemente, la altura de terraplén requerida se obtiene como:

$$\delta_{\infty}^{\text{increm.}} = \frac{2H}{E_m} \Delta\sigma' \quad \Delta\sigma' = \frac{E_m \delta_{\infty}^{\text{increm.}}}{2H} = \frac{112 \text{ t/m}^2 \times 0.193 \text{ m}}{2 \times 5 \text{ m}} = 2.16 \text{ t/m}^2$$

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma' = 2.16 \text{ t/m}^2 = a \times 2 \text{ t/m}^2$$

$$a = 1.08 \text{ m}$$

e) La relación de tiempos de consolidación entre una situación con drenes separados una distancia e (suponiendo sólo flujo radial-horizontal) y la situación sin drenes sería:

$$\frac{t_r}{t} = \left(\frac{e}{2H} \right)^2$$

donde H es la longitud asociada a los puntos de drenaje. Esta condición se obtiene de igualar los tiempos adimensionales para consolidación vertical y radial. La consolidación con drenes se supone, por el momento, que se produce con una aportación despreciable de la vertical. En el apartado *b*) se obtuvo que se requerían 3.35 años para asentar $\delta_{\infty}^{\text{bombeo}}$ con el terraplén inicial. Por tanto, para que $t_r = 1$ año resulta:

$$\frac{1}{3.35} = \left(\frac{e}{2 \times 5 \text{ m}} \right)^2 \quad e = 5.46 \text{ m}$$

Tal como se ha indicado, en los cálculos anteriores se ha supuesto que sólo existe drenaje radial. Sin embargo, a la vista del valor obtenido (del mismo orden que H), la colaboración vertical puede ser también importante. Si se suponen conjuntamente drenaje radial y vertical, el grado de consolidación puede estimarse como:

$$(1 - U_{rz}) = (1 - U_r)(1 - U_z) \quad U_{rz} = U_r + U_z - U_r U_z$$

donde U_r es el grado de consolidación radial, U_z el grado de consolidación vertical y U_{rz} el grado de consolidación conjunto. Para 1 año se obtuvo: $U_z = 0.425$ para $T = 0.071$. Con los drenes se desea que el asiento sea: $\delta_t = U_{rz} \delta_{\infty}^{\text{terraplén+drenes}} = 0.134 \text{ m}$ (asiento que produciría el bombeo). Ya que $\delta_{\infty}^{\text{terraplén+drenes}} = \delta_{\infty}^{\text{terraplén}} = 0.179 \text{ m}$, resulta:

$$U_{rz} = \frac{0.134}{0.179} = 0.749$$

Por tanto U_r debe ser:

$$U_{rz} = U_r + U_z - U_r U_z \quad U_r = \frac{U_{rz} - U_z}{1 - U_z} = \frac{0.749 - 0.425}{1 - 0.425} = 0.563$$

El tiempo adimensional será (suponiendo que puede utilizarse la misma solución que para consolidación vertical):

$$T_r = -\frac{4}{\pi^2} \ln \left(\frac{\pi^2}{8} (1 - U_r) \right) = 0.250$$

y la separación entre drenes resultará en este caso:

$$r_e^2 = (e/2)^2 = \frac{c_r T}{T_r} = \frac{0.0097 \text{ m}^2/\text{día} \times 365 \text{ día}}{0.0250} = 14.16 \text{ m}^2$$

$$r_e = 3.76 \text{ m} \quad e = 2 r_e = 7.53 \text{ m}$$

Es decir, la consideración de la colaboración vertical hace que se separen más los drenes.

PROBLEMA 33.

Tras seis meses de bombeo intensivo de un estrato de gravas situado bajo 10 m de arcilla (NF en superficie) se observa un asiento de 10 cm. Realizados los ensayos oportunos se obtiene que el coeficiente de consolidación de la arcilla es de $5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$, y que su permeabilidad es de 10^{-7} cm/s . Determinar:

- el asiento final;
- el rebajamiento del nivel piezométrico que se produce en la capa de gravas;
- el plazo de tiempo en el que se alcanzará el 95 % de consolidación;
- la altura de terraplén ($\gamma_{\text{nat}}=2 \text{ t/m}^3$) que se deberá colocar a los seis meses para que en un año desde el inicio del bombeo se alcance el 95 % del asiento final en superficie;
- el asiento final que se produciría en el caso de no eliminarse el terraplén obtenido en el punto anterior. Comentar este resultado.

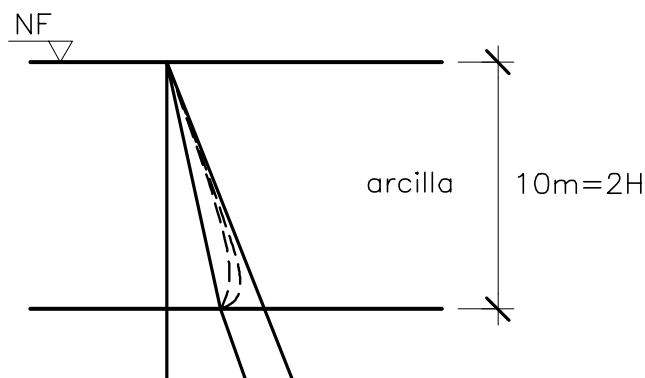


Figura 33.1. Representación esquemática del terreno y leyes de presiones.

El módulo de deformación edométrico puede obtenerse como:

$$E_m = \frac{\gamma_w c_v}{K} = \frac{1 \text{ t/m}^3 \times 5 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}}{10^{-7} \text{ cm/s}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 50 \text{ t/m}^2$$

a) Para $t = 6$ meses = 182.5 días, el tiempo adimensional resulta de:

$$T = \frac{c_v t}{H^2} = \frac{5 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s} \times 182.5 \text{ día}}{(5 \text{ m})^2} \times \frac{1 \text{ m}^2}{10.000 \text{ cm}^2} \times \frac{86400 \text{ s}}{1 \text{ día}} = 0.03$$

Con el grado de consolidación para 6 meses y el asiento correspondiente puede obtenerse el asiento final ($T < 0.2$):

$$U = \sqrt{\frac{4 \times 0.03}{\pi}} = 0.20 \quad \delta_{\infty} = \frac{\delta_t}{U} = \frac{10 \text{ cm}}{0.20} = 50 \text{ cm} = 0.50 \text{ m}$$

b) El asiento debido a consolidación cuando se producen variaciones de presión distintas en los extremos del estrato puede estimarse como:

$$\delta_{t=\infty} = \frac{2H}{E_m} (-\Delta u_{\text{medio}}) \quad \Delta u_{\text{medio}} = \frac{\Delta u_A + \Delta u_B}{2}$$

Siendo, respectivamente, Δu_A y Δu_B la variación de presión en cada extremo del estrato. Para obtener un asiento de 0.50 m, se necesita un rebajamiento de presión medio dado por:

$$\Delta u_{\text{medio}} = -\frac{E_m \delta_{t=\infty}}{2H} = -\frac{50 \text{ t/m}^2 \times 0.50 \text{ m}}{10 \text{ m}} = -2.5 \text{ t/m}^2$$

La situación en la que se bombea en las gravas corresponde a $\Delta u_A = 0$ y $\Delta u_B \neq 0$, y por tanto el rebajamiento en dichas gravas debe ser, expresado en presiones, de: $\Delta u_B = 2 \Delta u_{\text{medio}} = -5 \text{ t/m}^2$. El signo negativo de este incremento de presión indica que se trata de un rebajamiento. Puesto que el nivel piezométrico se define como:

$$\phi = z + \frac{u}{\gamma_w}$$

entonces el rebajamiento en términos de nivel piezométrico será:

$$\Delta \phi = \frac{\Delta u}{\gamma_w} = \frac{-5 \text{ t/m}^2}{1 \text{ t/m}^3} = -5 \text{ m}$$

c) El tiempo adimensional correspondiente al 95% de consolidación se obtiene como ($T > 0.2$):

$$U(T) = 1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2 T}{4}} \quad T = -\frac{4}{\pi^2} \ln \left[(1-U) \frac{\pi^2}{8} \right] = -\frac{4}{\pi^2} \ln \left[(1-0.95) \frac{\pi^2}{8} \right] = 1.129$$

Finalmente el tiempo necesario para alcanzar el 95 % de consolidación será:

$$T = \frac{c_v t}{H^2} \Rightarrow t = \frac{TH^2}{c_v} = \frac{1.129 \times (5 \text{ m})^2}{5 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}} \times \frac{10.000 \text{ cm}^2}{1 \text{ m}^2} \times \frac{1 \text{ días}}{86400 \text{ s}} = 6534 \text{ día}$$

$$t = 6534 \text{ días} = 17.9 \text{ años}$$

d) En este apartado se pide que el asiento total $\delta_{t=1\text{año}} = 0.95 \times 0.50 \text{ m} = 0.475 \text{ m}$. Sin embargo, el bombeo sólo podrá producir una parte de este asiento que se calcula como sigue:

$$T = \frac{5 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s} \times 365 \text{ día}}{(5 \text{ m})^2} \times \frac{1 \text{ m}^2}{10.000 \text{ cm}^2} \times \frac{86400 \text{ s}}{1 \text{ día}} = 0.06 < 0.2$$

$$U = \sqrt{\frac{4T}{\pi}} = 0.28 \quad (T < 0.2) \quad \delta_{t=1\text{año}}^{\text{bombeo}} = 0.28 \times 0.50 \text{ m} = 0.14 \text{ m}$$

Por lo tanto el terraplén debe ser tal que produzca un asiento de $0.475 - 0.14 = 0.335 \text{ m}$ en los seis meses últimos del año, es decir, en el periodo en el que se dispone:

$$\delta_{t=6\text{meses}}^{\text{terraplén}} = U \times \delta_{\infty}^{\text{terraplén}}$$

Para seis meses ya se obtuvo que $T = 0.03$ y $U = 0.20$, luego:

$$\delta_{\infty}^{\text{terraplén}} = \frac{0.335}{0.2} = 1.675$$

Por otro lado:

$$\delta_{t=\infty}^{\text{terraplén}} = \frac{2H}{E_m} \Delta\sigma' \quad \Delta\sigma' = \frac{1.675 \text{ m} \times 50 \text{ t/m}^2}{10 \text{ m}} = 8.375 \text{ t/m}^2$$

y por tanto su espesor (a) deberá ser:

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma' = 8.375 \text{ t/m}^2 = a \times 2 \text{ t/m}^2, \quad a = 4.2 \text{ m}$$

e) El asiento a largo plazo, en principio, será de:

$$\delta_{\infty} = 0.50 + 1.675 = 2.175 \text{ m}$$

Sin embargo es poco realista. Nótese que en el problema se ha trabajado con grados de consolidación bajos, y el asiento máximo que se requería al cabo de un año era de 0.475 m, lo que representa una deformación vertical de:

$$\frac{0.475 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 0.0475 \approx 5\%$$

Si el índice de poros inicial fuese de $e_0 = 0.8$, esto representa un cambio de índice de poros de:

$$\frac{\Delta e}{1+e_0} = \varepsilon_v = 0.05 \quad \Delta e = 0.09 \quad e_f = 0.71$$

mientras que a largo plazo los cambios de e serán mucho mayores. Con estos cambios de e , tanto K como E_m variarían y, por tanto, la linealidad admitida en el cálculo de asientos sería inaceptable, así como tampoco sería aceptable que c_v es constante. Por otro lado, con una carga elevada se obtendrían asientos importantes a corto plazo a pesar de que el grado de consolidación sería todavía bajo. Es decir, sólo habrían consolidado de forma apreciable los extremos del estrato. Además, el supuesto efecto de la precarga sería poco efectivo, ya que una buena parte del estrato seguiría estando casi normalmente consolidado, por lo que el bombeo seguiría produciendo asientos significativos (las zonas extremas no, pero el centro sí).

PROBLEMA 34.

En la tabla adjunta (ver también figura 34.1) se muestran los resultados de un ensayo edométrico sobre una muestra inalterada de un suelo. Obtener: la curva e - $\log \sigma'$; C_c ; a_v en función de σ' , c_v en función de σ' y K en función de e .

Datos del ensayo: altura final de la muestra 18.30 mm; peso húmedo de la muestra 150.85 gr; diámetro de la muestra 70 mm, peso seco de la muestra 127.29 gr; $C_s=0.025$; $e_0=0.95$; y presión vertical efectiva in situ 0.5 kg/cm².

1.6 kp/cm ²		3.2 kp/cm ²		6.4kp/cm ²		12.8 kp/cm ²		25.6 kp/cm ²	
Tiempo (min)	Lectura (μm)	Tiempo (min)	Lectura (μm)	Tiempo (min)	Lectura (μm)	Tiempo (min)	Lectura (μm)	Tiempo (min)	Lectura (μm)
10	500	0.3	889	0.3	1700	0.3	3430	0.3	5060
36	630	0.7	895	2	1778	2	3556	1.2	5090
280	760	2	940	9	2032	10	3840	7	5300
1000	890	27	1270	20	2286	25	4064	25	5558
		58	1397	40	2540	50	4318	62	5842
		170	1524	70	2794	100	4572	200	6096
		1000	1640	170	3048	250	4826	1000	6250
				1000	3302	1000	5000	2000	6275

Los datos de partida son los siguientes:

$h_f = 18.30$ mm; $W_T = 150.85$ gr; $W_s = 127.29$ gr; $D = 70$ mm; $C_s = 0.025$; $e_0 = 0.95$; $\sigma'_0 = 0.5$ kp/cm²; curvas ensayo.

El índice de poros al final del ensayo se puede obtener en función de las variables medidas como:

$$e = \frac{V_w}{V_s} \text{ siendo } V_w = W_w/\gamma_w = (150.85 - 127.29)/1 = 23.56 \text{ cm}^3$$

$$V_s = W_s/\gamma_s = 127.29/2.7 = 47.14 \text{ cm}^3 \quad e = \frac{23.56}{47.14} = 0.50$$

Para calcular el índice de poros en cada instante en función de la altura de la muestra (h) se hará:

$$e = \frac{V_w}{V_s} = \frac{V_T - V_s}{V_s} = \frac{\pi r^2 h - V_s}{V_s} = \frac{\pi r^2 h}{V_s} - 1$$

donde πr^2 es el área transversal de la muestra. En la expresión anterior sólo es variable h y por tanto puede obtenerse la variación de índice de poros como:

$$\Delta e = \frac{\pi r^2}{V_s} \Delta h$$

Si se toman como referencia los valores finales e_f y h_f :

$$e = e_f + \Delta e = \frac{\pi r^2}{V_s} h_f - 1 + \frac{\pi r^2}{V_s} \Delta h = \frac{\pi r^2}{V_s} (h_f + \Delta h) - 1$$

siendo en este caso:

$$\Delta h = h - h_f$$

Introduciendo $h_f = 18.30$ mm y $r = 35$ mm resulta:

$$e = \frac{\pi 35^2}{127.29/2.7 \times 10^{-3}} (18.30 + \Delta h) - 1 = \frac{18.3 + \Delta h}{12.25} - 1$$

En las tablas siguientes se incluyen los resultados de índices de poros en función de la lectura obtenidos a partir de los resultados del ensayo:

$\sigma' = 25.6 \text{ kp/cm}^2$		
lectura (μm)	Δh (mm)	e
6275	0	0.50
6096	0.179	0.51
5842	0.433	0.53
5588	0.717	0.55
5300	0.975	0.57
5060	1.215	0.59

$\sigma' = 12.8 \text{ kp/cm}^2$		
lectura (μm)	Δh (mm)	e
4826	1.449	0.61
4572	1.703	0.63
4318	1.957	0.65
4064	2.211	0.67
3840	2.435	0.69
3556	2.719	0.72

$\sigma' = 6.4 \text{ kp/cm}^2$		
lectura (μm)	Δh (mm)	e
3302	2.973	0.74
3048	3.227	0.76
2794	3.481	0.78
2540	3.735	0.80
2286	3.989	0.82
2032	4.243	0.84
1778	4.497	0.86

$\sigma' = 3.2 \text{ kp/cm}^2$		
lectura (μm)	Δh (mm)	e
1640	4.635	0.87
1524	4.751	0.88
1397	4.878	0.89
1270	5.005	0.90
940	5.335	0.93

Estas tablas contienen las lecturas en cada escalón de carga y su transformación a índice de poros en la muestra. Los valores de tensión juntamente con los índices de poros al final del escalón, que corresponde al valor más bajo de e , permiten obtener la curva e -log σ' que se representa en la figura 34.3. El índice de compresión C_c se puede estimar a partir de su definición:

$$\Delta e = -C_c \Delta (\log \sigma')$$

para cuyo cálculo se toman valores en la zona más lineal, que se supone correspondiente a la zona final de la rama noval:

$$C_c = \frac{0.62 - 0.50}{\log 25.6 - \log 12.8} = \frac{0.12}{\log \frac{25.6}{12.8}} = \frac{0.12}{\log 2} = 0.40$$

Este valor de C_c corresponde a un suelo de elevada compresibilidad. El coeficiente de compresibilidad a_v se obtiene también de su definición:

$$a_v = -\frac{\Delta e}{\Delta \sigma'}$$

y al tratarse de un comportamiento real no lineal, cada a_v calculado sólo es válido en el tramo de la curva para el que se ha obtenido. La figura 34.4 muestra la variación del coeficiente de compresibilidad con la tensión efectiva. Los valores obtenidos en cada escalón de carga se resumen en la siguiente tabla:

e	0.93	0.87	0.74	0.61	0.50
σ' (kp/cm ²)	1.6	3.2	6.4	12.8	25.6
a_v (cm ² /kp)		0.025	0.044	0.019	0.009

Como puede verse en la figura 34.4 solamente se han representado los valores de a_v correspondientes a la zona de la rama noval. El valor en la zona de recarga es menor que el que se obtiene cuando el suelo ha alcanzado ya la presión de preconsolidación.

El cálculo de c_v , coeficiente de consolidación, se realiza mediante el método de Casagrande.

$$c_v = \frac{H^2 T_{50}}{t_{50}}$$

donde H es la semialtura media (el drenaje se produce por ambos extremos) en el escalón de carga que se considera y t_{50} el tiempo para un grado de consolidación del 50%. Este último valor, t_{50} , se obtiene gráficamente a partir de t_{100} , t_1 y $t_2=4 t_1$, según el método de Casagrande (Fig. 34.2). Según dicho método, t_1 es un tiempo inicial pequeño y t_2 es tal que la deformación es doble. Si se supone que al inicio $s \propto t^{1/2}$ entonces dicho asiento doble se obtendrá con $t_2=4 t_1$. Una vez situados estos tiempos, puede estimarse el valor inicial de la curva y, por tanto, el valor del índice de poros inicial (e_0). Por otro lado mediante las tangentes en la zona final de la curva y en la zona central puede estimarse la posición de t_{100} que da lugar a e_{100} (consolidación del 100%). El punto medio entre e_0 y e_{100} corresponde a un grado de consolidación del 50% y, por tanto, da lugar a t_{50} .

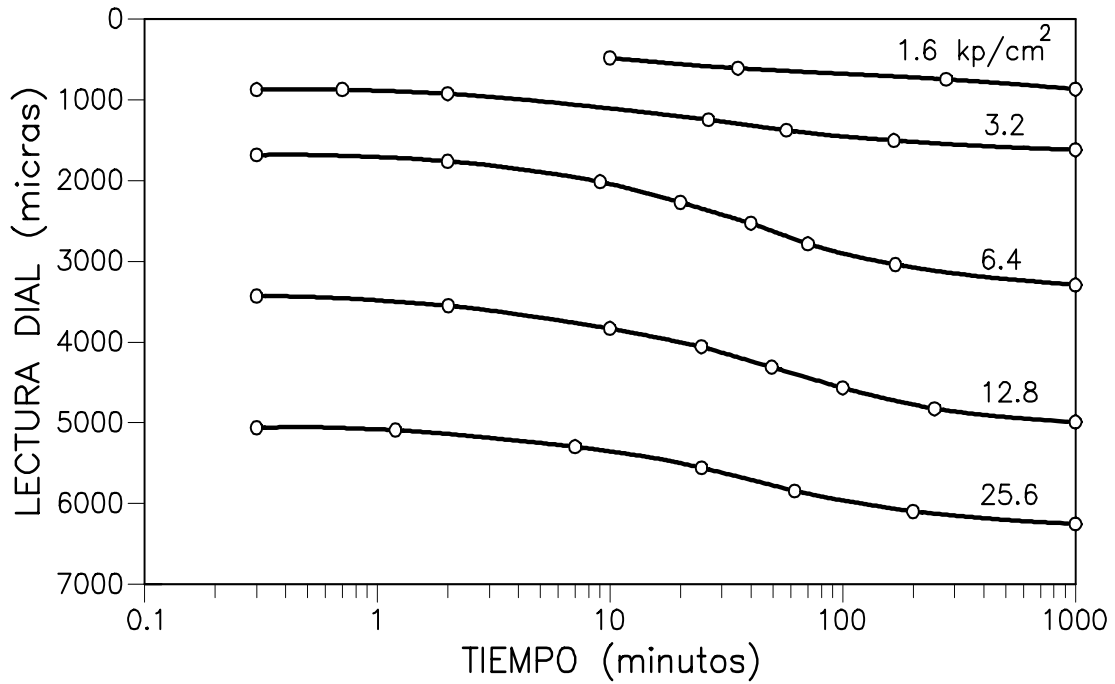


Figura 34.1 Resultados del ensayo edométrico de consolidación

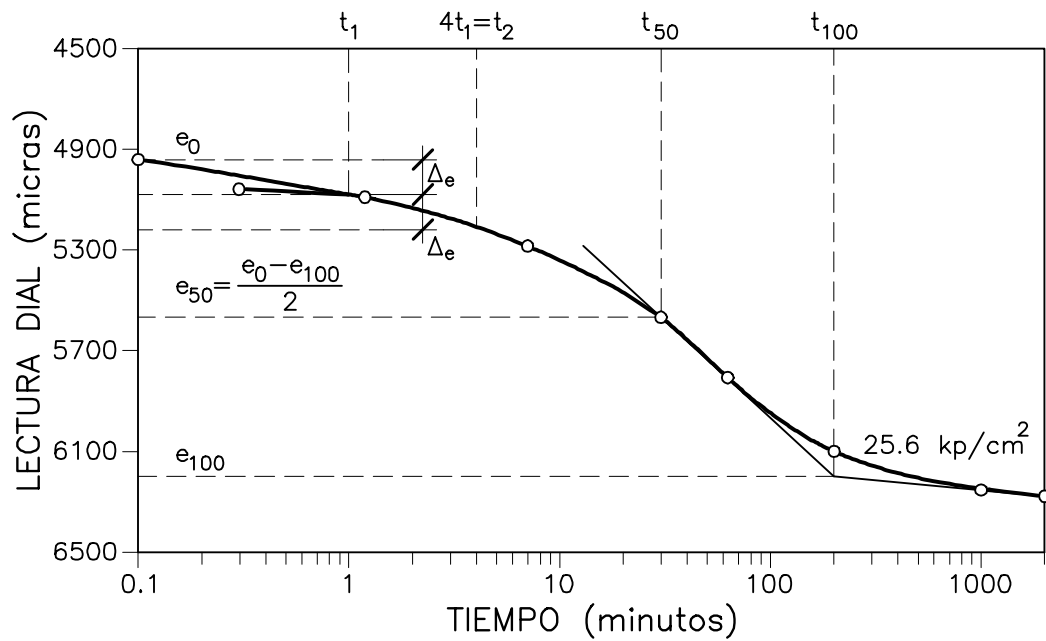


Figura 34.2 Determinación del tiempo correspondiente al 50% de consolidación (sólo se representa el último escalón de carga)

Para el escalón de carga de 3.2 kp/cm² se tiene:

$$\sigma' = 3.2 \text{ kp/cm}^2 \quad t_{50} \approx 20 \text{ min} = 1200 \text{ s} \quad H = \frac{h_f + \Delta h}{2} = \frac{1.83 + 0.49}{2} = 1.16 \text{ cm}$$

$$c_v = \frac{1.16^2 \times 0.196}{1200} = 2.2 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$$

Se ha tomado como Δh medio en el escalón el valor de 0.49 cm (lectura 1397 μm). Análogamente, para los demás escalones se tiene:

$$\sigma' = 6.4 \text{ kp/cm}^2 \quad t_{50} \approx 30 \text{ min} = 1800 \text{ s} \quad H = \frac{h_f + \Delta h}{2} = \frac{1.83 + 0.38}{2} = 1.1 \text{ cm}$$

$$c_v = \frac{1.1^2 \times 0.196}{1800} = 1.3 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\sigma' = 12.8 \text{ kp/cm}^2 \quad t_{50} \approx 30 \text{ min} = 1800 \text{ s} \quad H = \frac{h_f + \Delta h}{2} = \frac{1.83 + 0.21}{2} = 1.0 \text{ cm}$$

$$c_v = \frac{1.0^2 \times 0.196}{1800} = 1.1 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\sigma' = 25.6 \text{ kp/cm}^2 \quad t_{50} \approx 30 \text{ min} = 1800 \text{ s} \quad H = \frac{h_f + \Delta h}{2} = \frac{1.83 + 0.06}{2} = 0.95 \text{ cm}$$

$$c_v = \frac{0.95^2 \times 0.196}{1800} = 9.8 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$$

La figura 34.5 muestra la variación del coeficiente de consolidación con la tensión efectiva para los escalones en la rama noval.

Por último, puede estimarse la permeabilidad usando la definición de c_v :

$$c_v = \frac{(1 + e_o) K}{\gamma_w a_v} \quad K = \frac{c_v a_v \gamma_w}{1 + e_o} \quad (\gamma_w = 0.001 \text{ kg/cm}^3)$$

En las figuras 34.6 y 34.7 se muestra la variación de la permeabilidad con la tensión efectiva y con el índice de poros, respectivamente. En la tabla siguiente se resumen los valores obtenidos:

e	0.93	0.87	0.74	0.62	0.50	-
σ'	1.6	3.2	6.2	12.8	25.6	kp/cm ²
a_v	-	0.025	0.044	0.019	0.009	cm ² /kp
C_v	-	2.2×10^{-4}	1.3×10^{-4}	1.1×10^{-4}	9.8×10^{-5}	cm ² /s
K	-	2.8×10^{-9}	2.9×10^{-9}	1.1×10^{-9}	4.5×10^{-10}	cm/s

Como puede verse los valores de α_v , c_v y K no se han obtenido para el primer escalón de carga ya que la curva correspondiente se ha considerado poco representativa. Estos parámetros van variando a lo largo del ensayo debido al comportamiento no lineal del suelo. Como se observa en la curva de carga (Fig. 34.3) el comportamiento es bastante lineal en el plano e -log σ' pero tanto α_v como c_v están definidos a partir de un modelo de comportamiento lineal. Esto hace que solamente puedan considerarse valores válidos en un rango de tensiones.

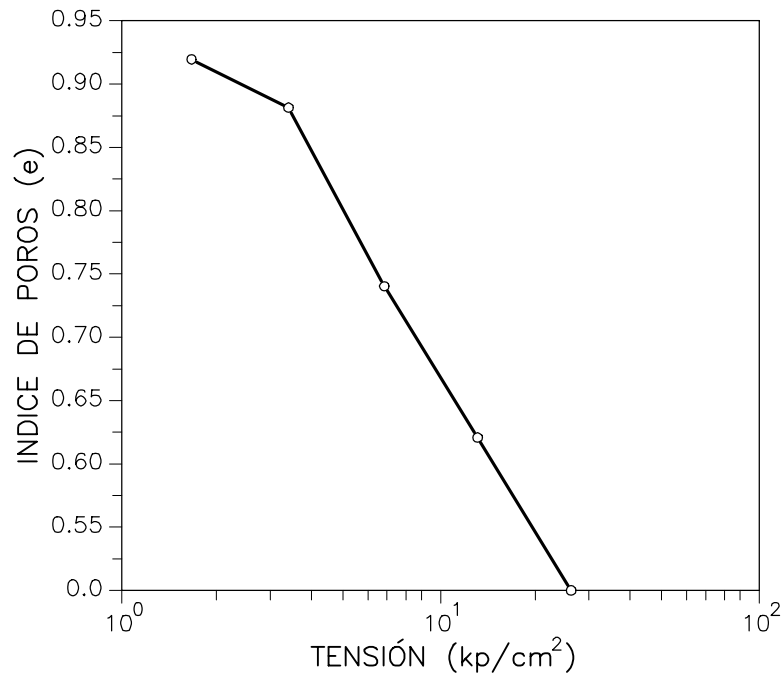


Figura 34.3 Curva de carga en condiciones edométricas

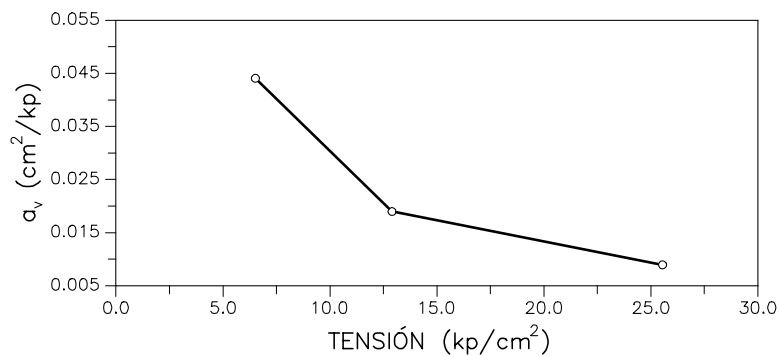


Figura 34.4 Variación del coeficiente de compresibilidad con la tensión efectiva (valores en rama noval)

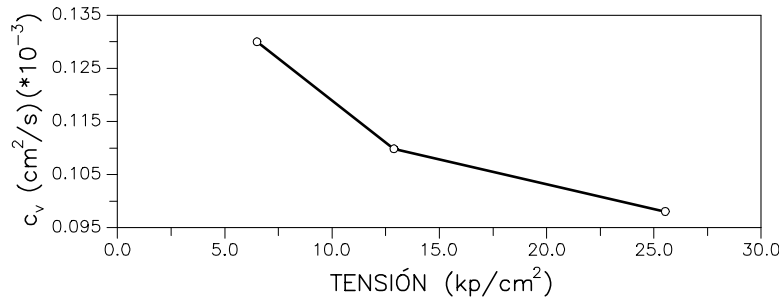


Figura 34.5 Variación del coeficiente de consolidación con la tensión efectiva (valores en rama noval)

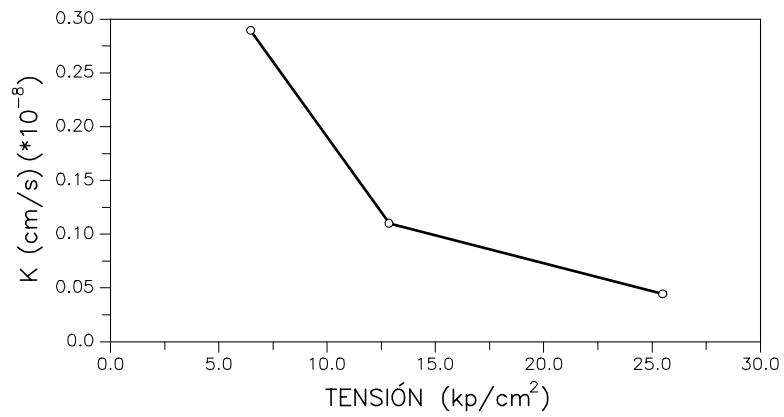


Figura 34.6 Variación de la permeabilidad con la tensión efectiva (valores en rama noval)

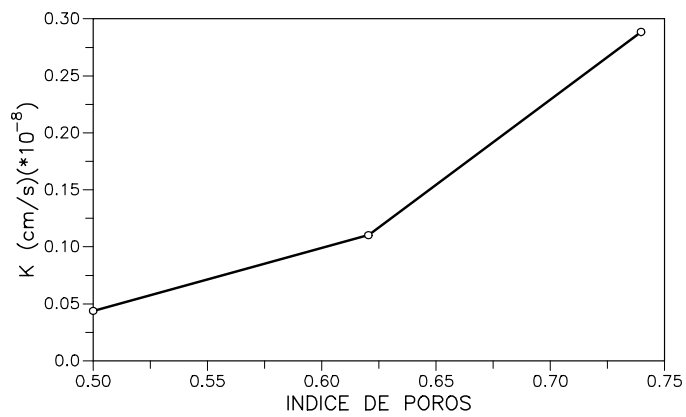


Figura 34.7 Variación de la permeabilidad con el índice de poros (valores en rama noval)

Capítulo 5. Resistencia de suelos saturados

PROBLEMA 35.

Una muestra de arena densa llega a rotura en un ensayo triaxial con una presión de cámara de 3.7 kp/cm², una presión intersticial de 2.0 kp/cm², y una tensión axial de 9.7 kp/cm². Estimar la presión axial que habría que aplicar para romper otra muestra de ese mismo suelo con una presión de cámara de 4.4 kp/cm² y una presión intersticial de 1.0 kp/cm².

Por tratarse de un suelo de tipo granular, se supondrá que el proceso de rotura se produce en condiciones drenadas y, por tanto, la presión intersticial se mantiene prácticamente constante en todo el proceso de carga. Las tensiones efectivas en rotura de la muestra ensayada serán:

$$\sigma'_3 = 3.7 - 2 = 1.7 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma'_1 = 9.7 - 2 = 7.7 \text{ kp/cm}^2$$

Como se trata de una arena, se supondrá que no hay cohesión, es decir, $c' = 0$. Del círculo de Mohr, se puede obtener la siguiente expresión:

$$\sin \phi' = \frac{R}{\frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2}} = \frac{(\sigma'_1 - \sigma'_3)/2}{(\sigma'_1 + \sigma'_3)/2} = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{\sigma'_1 + \sigma'_3}$$

donde R es el radio de dicho círculo de Mohr y ϕ' el ángulo de rozamiento interno. En el ensayo a realizar $\sigma'_3 = 4.4 - 1 = 3.4 \text{ kp/cm}^2$ que se supone constante a lo largo del proceso de carga. Si se aplica la misma condición de rotura:

$$\frac{7.7 - 1.7}{7.7 + 1.7} = \frac{\sigma'_1 - 3.4}{\sigma'_1 + 3.4} \quad 0.64 \sigma'_1 + 2.17 = \sigma'_1 - 3.4$$

$$\sigma'_1 = 15.4 \text{ kp/cm}^2$$

se obtiene la tensión efectiva σ'_1 . Pero lo que se aplica axialmente es la tensión total, que se podrá obtener de la definición de tensión efectiva:

$$\sigma_1 = \sigma'_1 + u = 15.4 + 1 = 16.4 \text{ kp/cm}^2$$

La figura 35.1 muestra los círculos de Mohr en la situación de rotura para ambos ensayos.

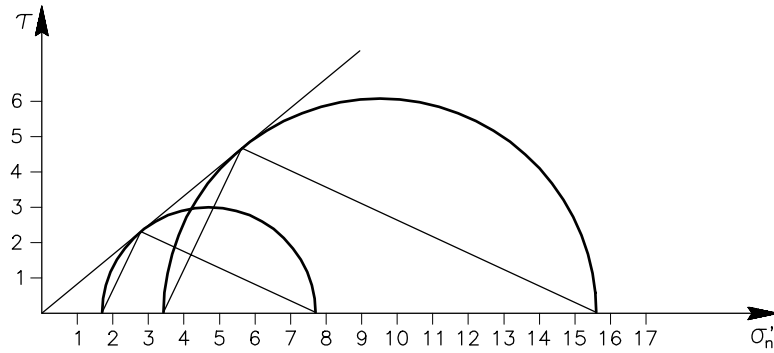


Figura 35.1 Círculos de Mohr en rotura

Aunque no se pide en el enunciado, se pueden obtener los parámetros que caracterizan la envolvente de rotura de Mohr-Coulomb, que en este caso se reducen al ángulo de rozamiento interno ($c'=0$):

$$\sin \phi' = 0.638 \quad \phi' = 40^\circ$$

Otra forma análoga de resolver este problema es usar la condición de rotura en direcciones principales ($c' = 0$):

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$$

Sustituyendo en esta expresión puede comprobarse que se llega a la misma solución.

PROBLEMA 36.

Un elemento de un suelo saturado que presenta un ángulo de rozamiento interno de 30° y una cohesión de 0.2 t/m^2 está sometido a una $\sigma_1 = \sigma_n = 7 \text{ t/m}^2$ y a una $\sigma_3 = \sigma_v = 6 \text{ t/m}^2$ ($u = 1 \text{ t/m}^2$). A este estado se le añade otro definido por $\sigma_1 = p$ en un plano que forma 45° con la horizontal (sentido contrario a las agujas del reloj) y $\sigma_3 = 0$. Obtener p en rotura, tanto en el caso en el que se aplique en condiciones drenadas como en el caso de que p se aplique en condiciones no drenadas ($A_f = 0.5$). Suponer condiciones bidimensionales tomando $\sigma_2 = \text{constante}$.

Del círculo de Mohr del estado tensional que se añade (Fig. 36.1), se pueden deducir los incrementos de tensión en las direcciones horizontal y vertical:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_v &= \frac{1}{2} p & \Delta \sigma_h &= \frac{1}{2} p \\ \Delta \tau_v &= -\frac{1}{2} p & \Delta \tau_h &= \frac{1}{2} p \end{aligned}$$

que son los incrementos de tensión total (normal y de corte) que se deben aplicar en dichas direcciones.

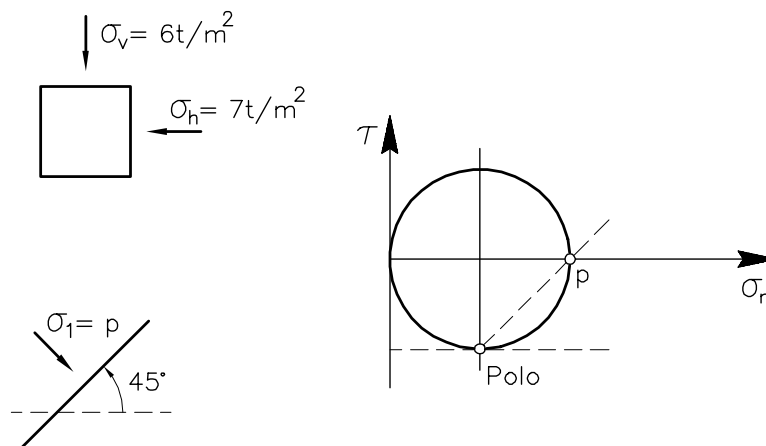


Figura 36.1 Estado tensional y círculo de Mohr

a) Estado tensional en condiciones drenadas una vez aplicado el incremento tensional:

$$\sigma'_v = (\sigma'_v)_0 + \Delta\sigma_v - \Delta u = 5 + \frac{1}{2}p$$

$$\tau_v = (\tau_v)_0 + \Delta\tau_v = -\frac{1}{2}p$$

$$\sigma'_h = (\sigma'_h)_0 + \Delta\sigma_h - \Delta u = 6 + \frac{1}{2}p$$

$$\tau_h = (\tau_h)_0 + \Delta\tau_h = \frac{1}{2}p$$

Se ha tomado $\Delta u = 0$ puesto que en este caso se realiza el ensayo en condiciones drenadas y manteniendo la presión intersticial constante.

De los estados tensionales en dos planos perpendiculares, se puede obtener el radio del círculo de Mohr como:

$$R = \sqrt{\tau^2 + \left(\frac{\sigma'_h - \sigma'_v}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{p^2 + 1}$$

Las tensiones en el plano en el que se produce la rotura (punto de tangencia entre el círculo de Mohr y la envolvente de rotura de Mohr-Coulomb) vienen dadas por:

$$\tau_f = R \cos \phi'$$

$$\sigma'_f = \frac{\sigma'_h + \sigma'_v}{2} - R \sin \phi' = \frac{11 + p}{2} - R \sin \phi'$$

que deberán cumplir el criterio de rotura de Mohr-Coulomb:

$$\tau_f = c' + \sigma'_f \operatorname{tg} \phi'$$

Sustituyendo resulta:

$$R \cos \phi' = c' + \left(\frac{11+p}{2} - R \sin \phi' \right) \operatorname{tg} \phi'$$

$$R \cos \phi' = c' + \frac{11+p}{2} \operatorname{tg} \phi' - \frac{R \sin^2 \phi'}{\cos \phi'}$$

Si se multiplican ambos miembros de esta ecuación por $\cos \phi'$ resulta:

$$R \cos^2 \phi' + R \sin^2 \phi' = c' \cos \phi' + \frac{11+p}{2} \sin \phi'$$

$$R = c' \cos \phi' + \frac{11+p}{2} \sin \phi'$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{p^2 + 1} = c' \cos \phi' + \frac{(11+p)}{2} \sin \phi'$$

Multiplicando por 2, elevando al cuadrado para eliminar la raíz cuadrada y operando, se obtiene:

$$p^2 + 1 = 4c'^2 \cos^2 \phi' + (11+p)^2 \sin^2 \phi' + 4c' \cos \phi' \sin \phi' (11+p)$$

$$p^2 + 1 = 4c'^2 \cos^2 \phi' + 121 \sin^2 \phi' + 22p \sin^2 \phi' + p^2 \sin^2 \phi' +$$

$$+ 44c' \cos \phi' \sin \phi' + 4c' \cos \phi' \sin \phi' p$$

$$(-1 + \sin^2 \phi') p^2 + (22 \sin^2 \phi' + 4c' \cos \phi' \sin \phi') +$$

$$+ (-1 + 4c'^2 \cos^2 \phi' + 121 \sin^2 \phi' + 44c' \cos \phi' \sin \phi') = 0$$

que es una ecuación de segundo grado en p . Sustituyendo los valores de ϕ' y c' resulta:

$$-0.75 p^2 + 5.85 p + 33.18 = 0$$

$$p = \frac{-5.85 \pm \sqrt{5.85^2 + 4 \times 0.75 \times 33.18}}{-2 \times 0.75} = 11.6 \text{ t/m}^2$$

Para interpretar gráficamente se necesitan las siguiente variables:

$$R = 5.82 \quad \tau_f = 5.04 \quad \sigma'_f = 8.40 \quad \text{centro} = s = \frac{\sigma'_h + \sigma'_v}{2} = 11.3$$

Los círculos de Mohr inicial y en rotura se representan en la figura 36.2, juntamente con la envolvente de rotura de Mohr-Coulomb.

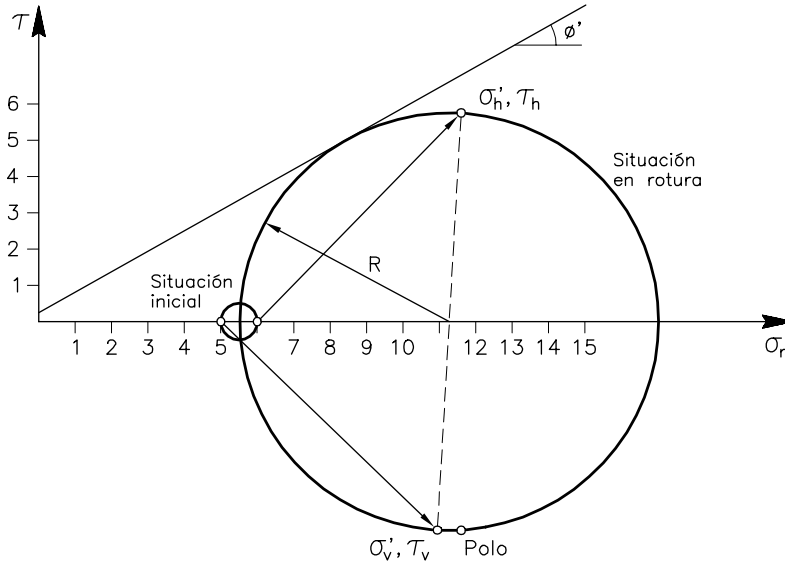


Figura 36.2 Círculos de Mohr inicial y en rotura para el apartado a)

b) Las tensiones totales una vez aplicado el incremento son:

$$\begin{aligned} \sigma_v &= (\sigma_v)_0 + \Delta\sigma_v = 6 + \frac{1}{2} p \\ \tau_v &= (\tau_v)_0 + \Delta\tau_v = -\frac{1}{2} p \\ \sigma_h &= (\sigma_h)_0 + \Delta\sigma_h = 7 + \frac{1}{2} p \\ \tau_h &= (\tau_h)_0 + \Delta\tau_h = \frac{1}{2} p \end{aligned}$$

Debido a que la relación de Skempton sólo es válida para situaciones triaxiales, el incremento de presión intersticial en condiciones no drenadas debe obtenerse, en este caso, mediante la relación de Henkel:

$$\begin{aligned} \Delta u &= B(\Delta\sigma_{oct} + a|\Delta\tau_{oct}|) \\ \sigma_{oct} &= \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad \tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \end{aligned}$$

En el caso de que $x=v, y=h$ y que en el plano z las tensiones sean nulas, se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta u &= B(\Delta\sigma_{oct} + a|\Delta\tau_{oct}|) \\ \sigma_{oct} &= \frac{1}{3}(\sigma_v + \sigma_h) \quad \tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_v - \sigma_h)^2 + (\sigma_v)^2 + (\sigma_h)^2 + 6\tau_{vh}^2} \end{aligned}$$

Con los datos de este problema pueden calcularse:

$$(\sigma_{oct})_0 = \frac{1}{3}(6+7) = 4.33$$

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3}\left(6 + \frac{1}{2}p + 7 + \frac{1}{2}p\right) = 4.33 + \frac{1}{3}p$$

$$(\tau_{oct})_0 = \frac{1}{3}\sqrt{(6-7)^2 + 6^2 + 7^2} = \frac{1}{3}\sqrt{86}$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{\left(6 + \frac{1}{2}p - 7 - \frac{1}{2}p\right)^2 + \left(6 + \frac{1}{2}p\right)^2 + \left(7 + \frac{1}{2}p\right)^2 + 6\left(\frac{1}{2}p\right)^2} = \frac{1}{3}\sqrt{86 + 13p + 2p^2}$$

y con estas tensiones totales puede obtenerse el incremento de presión intersticial como:

$$\Delta u = B(\Delta\sigma_{oct} + a|\Delta\tau_{oct}|) = B\left(\frac{1}{3}p + a\left(\frac{1}{3}\sqrt{86 + 13p + 2p^2} - \frac{1}{3}\sqrt{86}\right)\right)$$

donde hay que notar que el incremento de tensión tangencial octaédrica debe calcularse necesariamente como diferencia entre los valores final e inicial debido a su dependencia no lineal con las tensiones.

Si se supone que el suelo está completamente saturado puede tomarse $B=1$, mientras que a_f y A_f se pueden relacionar mediante (A_f en función de a_f que se obtiene al particularizar la relación de Henkel para obtener la de Skempton):

$$A_f = \frac{1}{3} + \frac{a_f\sqrt{2}}{3}$$

$$a_f = \frac{3}{\sqrt{2}}\left(A_f - \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{\sqrt{2}}\left(0.5 - \frac{1}{3}\right) = 0.35$$

donde el subíndice indica que se trata de dichas variables en la situación de rotura. La presión intersticial al final será:

$$u = u_0 + \Delta u = 1 + \frac{1}{3}p + 0.35\left(\frac{1}{3}\sqrt{86 + 13p + 2p^2} - \frac{1}{3}\sqrt{86}\right)$$

Una vez que se ha obtenido la presión intersticial en función de p pueden calcularse las tensiones efectivas en función de p :

$$\begin{aligned}\sigma'_v &= \sigma_v - u = 6 + \frac{1}{2}p - 1 - \frac{1}{3}p - 0.35\left(\frac{1}{3}\sqrt{86 + 13p + 2p^2} - \frac{1}{3}\sqrt{86}\right) = \\ &= 5 + \frac{1}{6}p - 0.35\left(\frac{1}{3}\sqrt{86 + 13p + 2p^2} - \frac{1}{3}\sqrt{86}\right) \\ \sigma'_h &= \sigma_h - u = 7 + \frac{1}{2}p - 1 - \frac{1}{3}p - 0.35\left(\frac{1}{3}\sqrt{86 + 13p + 2p^2} - \frac{1}{3}\sqrt{86}\right) = \\ &= 6 + \frac{1}{6}p - 0.35\left(\frac{1}{3}\sqrt{86 + 13p + 2p^2} - \frac{1}{3}\sqrt{86}\right)\end{aligned}$$

Con las tensiones efectivas calculadas puede plantearse la condición de rotura. Para ello, en primer lugar se obtiene el radio del círculo de Mohr:

$$R = \sqrt{\tau^2 + \left(\frac{\sigma'_h - \sigma'_v}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{p^2 + 1}$$

y con el radio se pueden calcular la tensión normal y tangencial en el plano de rotura como:

$$\tau_f = R \cos \phi'$$

$$\sigma'_f = \frac{\sigma'_h + \sigma'_v}{2} - R \sin \phi' = \frac{11 + \frac{1}{3}p - 0.70 \left(\frac{1}{3}\sqrt{86+13p+2p^2} - \frac{1}{3}\sqrt{86}\right)}{2} - R \sin \phi'$$

Para llegar al estado de rotura, dichas tensiones deben satisfacer la condición de rotura:

$$\tau_f = c' + \sigma'_f \operatorname{tg} \phi'$$

Si se introducen en esta ecuación las expresiones obtenidas resulta:

$$\left(\frac{1}{2}\sqrt{p^2 + 1}\right) \cos \phi' =$$

$$= c' + \frac{11 + \frac{1}{3}p - 0.70 \left(\frac{1}{3}\sqrt{86+13p+2p^2} - \frac{1}{3}\sqrt{86}\right)}{2} \operatorname{tg} \phi' - \left(\frac{1}{2}\sqrt{p^2 + 1}\right) \sin \phi' \operatorname{tg} \phi'$$

Esta expresión es implícita y no puede despejarse, por lo que para su resolución se propone la utilización del método de Newton. En este caso se tendrá:

$$p^{i+1} = p^i - \frac{f(p^i)}{f'(p^i)}$$

$$f(p) = -\left(\frac{1}{2}\sqrt{p^2 + 1}\right) \cos \phi' +$$

$$+ c' + \frac{11 + \frac{1}{3}p - 0.70 \left(\frac{1}{3}\sqrt{86+13p+2p^2} - \frac{1}{3}\sqrt{86}\right)}{2} \operatorname{tg} \phi' - \left(\frac{1}{2}\sqrt{p^2 + 1}\right) \sin \phi' \operatorname{tg} \phi'$$

Dicho método da lugar al siguiente resultado:

iteración	p (t/m ²)
0	11.60
1	6.085
2	6.045
3	6.045

donde, como puede verse, es necesario tomar un valor de partida que en este caso ha sido el valor de p correspondiente al apartado anterior. Con el valor de p se calculan las variables necesarias para la representación del círculo de Mohr (Fig. 36.3):

$$u = 3.73 \quad \sigma'_v = 6 + \frac{1}{2}p - u = 5.29 \quad \sigma'_h = 7 + \frac{1}{2}p - u = 6.29$$

$$R = 3.06 \quad \tau_f = 2.65 \quad \sigma'_f = 4.26 \quad \text{centro} = s = \frac{\sigma'_h + \sigma'_v}{2} = 5.79$$

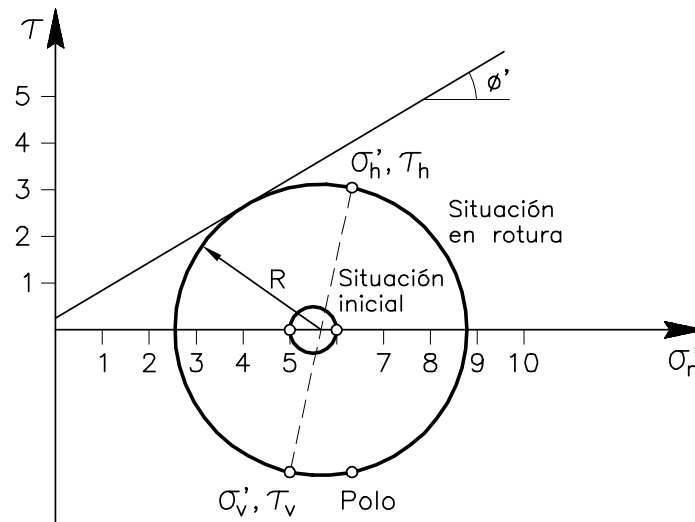


Figura 36.3 Círculos de Mohr inicial y en rotura para el apartado b)

PROBLEMA 37.

Un suelo saturado es sometido a un ensayo UU ($p_i = 2 \text{ kp/cm}^2$, $u_i = 0.5 \text{ kp/cm}^2$) en el que se obtiene una $c_u = 0.93 \text{ kp/cm}^2$ ($u = 1.34 \text{ kp/cm}^2$ en rotura); y a un ensayo UU ($p_i = 3.5 \text{ kp/cm}^2$, $u_i = 0.5 \text{ kp/cm}^2$) en el que se obtiene una $c_u = 1.77 \text{ kp/cm}^2$. Determinar los parámetros en rotura de este suelo y el estado final que se producirá en los siguientes ensayos: a) UU con $p_i = 3.5 \text{ kp/cm}^2$ y $u_i = 1 \text{ kp/cm}^2$; b) CD con $p_i = 4.5 \text{ kp/cm}^2$ y $u_i = 2 \text{ kp/cm}^2$.

En los dos ensayos realizados se parte de una situación inicial con un estado tensional isótropo. Al tratarse de ensayos UU estándares se llega a rotura aumentando σ_1 y, por tanto, el c_u medido permite obtener el incremento de tensión vertical aplicado.

En el primer ensayo se puede determinar el parámetro A_f de la expresión de Skempton ya que se conoce la variación de presión intersticial:

$$\Delta u = \Delta \sigma_3 + A_f(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \quad A_f = \frac{\Delta u}{\Delta \sigma_1}$$

donde se ha tomado $\Delta \sigma_3 = 0$. Si se introducen los datos del ensayo resulta:

$$\Delta u = 1.34 - 0.5 = 0.84 \text{ kp/cm}^2 \quad \Delta \sigma_1 = 2c_u = 1.86 \text{ kp/cm}^2$$

$$A_f = \frac{0.84}{1.86} = 0.45$$

y en rotura se obtienen las siguientes tensiones efectivas:

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - u = (2 + 1.86) - 1.34 = 2.52 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma'_3 = \sigma_3 - u = 2 - 1.34 = 0.66 \text{ kp/cm}^2$$

En el segundo ensayo, la variación de presión intersticial no se indica y por tanto puede calcularse como:

$$\Delta u = A_f \Delta \sigma_1 = 0.45 \times 2 \times c_u = 1.59 \text{ kp/cm}^2 \quad u = 0.5 + 1.59 = 2.09 \text{ kp/cm}^2$$

En rotura se obtienen las siguientes tensiones efectivas:

$$\sigma'_1 = (3.5 + 3.54) - 2.09 = 4.95 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma'_3 = 3.5 - 2.09 = 1.41 \text{ kp/cm}^2$$

Puesto que se dispone de las tensiones principales en rotura para dos ensayos con diferente estado tensional final, se pueden determinar c' y ϕ' de este suelo. Para ello se aplicará la condición de rotura en términos de las tensiones principales:

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) + 2c' \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$$

Primer ensayo:

$$2.52 = 0.66 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) + 2c' \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) \quad (\text{kp/cm}^2)$$

Segundo ensayo:

$$4.95 = 1.41 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) + 2c' \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) \quad (\text{kp/cm}^2)$$

Restando la segunda ecuación de la primera se obtiene:

$$4.95 - 2.52 = (1.41 - 0.66) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} = 45^\circ + \frac{\phi'}{2} = 61^\circ \quad \phi' = 31.89^\circ \approx 32^\circ$$

Para obtener c' , puede usarse cualquiera de las dos ecuaciones iniciales y resulta:

$$c' = \frac{2.52 - 0.66 \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{32}{2} \right)}{2 \operatorname{tg} \left(45 + \frac{32}{2} \right)} = 0.10 \text{ kp/cm}^2$$

a) Ensayo *UU* con $p_i = 3.5 \text{ kp/cm}^2$ y $u_i = 1 \text{ kp/cm}^2$. Las tensiones efectivas en el estado de rotura se pueden obtener como:

$$\Delta u = A_f \Delta \sigma_1$$

$$\sigma_1' = (3.5 + \Delta \sigma_1) - (1 + \Delta u) = 2.5 + (1 - A_f) \Delta \sigma_1 = 2.5 + 0.55 \Delta \sigma_1$$

$$\sigma_3' = 3.5 - (1 + \Delta u) = 2.5 - A_f \Delta \sigma_1 = 2.5 - 0.45 \Delta \sigma_1$$

Si se impone la condición de rotura resulta:

$$2.5 + 0.55 \Delta \sigma_1 = (2.5 - 0.45 \Delta \sigma_1) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) + 2c' \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$$

$$2.5 + 0.55 \Delta \sigma_1 = (2.5 - 0.45 \Delta \sigma_1) 3.25 + 0.36$$

$$\Delta \sigma_1 = 2.97 \text{ kp/cm}^2$$

que permite obtener la presión intersticial y las tensiones efectivas en rotura:

$$\Delta u = 1.34 \text{ kp/cm}^2 \quad u = 2.34 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_1' = 4.13 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3' = 1.16 \text{ kp/cm}^2$$

b) Ensayo *CD* con $p_i = 4.5$ y $u_i = 2 \text{ kp/cm}^2$. Las tensiones efectivas en rotura serán:

$$\Delta u = 0$$

$$\sigma_1' = (4.5 + \Delta \sigma_1) - 2 = 2.5 + \Delta \sigma_1$$

$$\sigma_3' = 4.5 - 2 = 2.5$$

Si se impone la condición de rotura:

$$2.5 + \Delta \sigma_1 = 2.5 \times 3.25 + 0.36 \quad \Delta \sigma_1 = 6.0 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma_1' = 8.5 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3' = 2.5 \text{ kp/cm}^2 \quad u = 2.0 \text{ kp/cm}^2$$

La figura 37.1 muestra las trayectorias de tensiones totales y efectivas en el plano p - p' - q para cada uno de los ensayos planteados en este problema. También se representa la línea de rotura que, como puede verse, une los puntos finales de los ensayos, es decir, los estados de rotura.

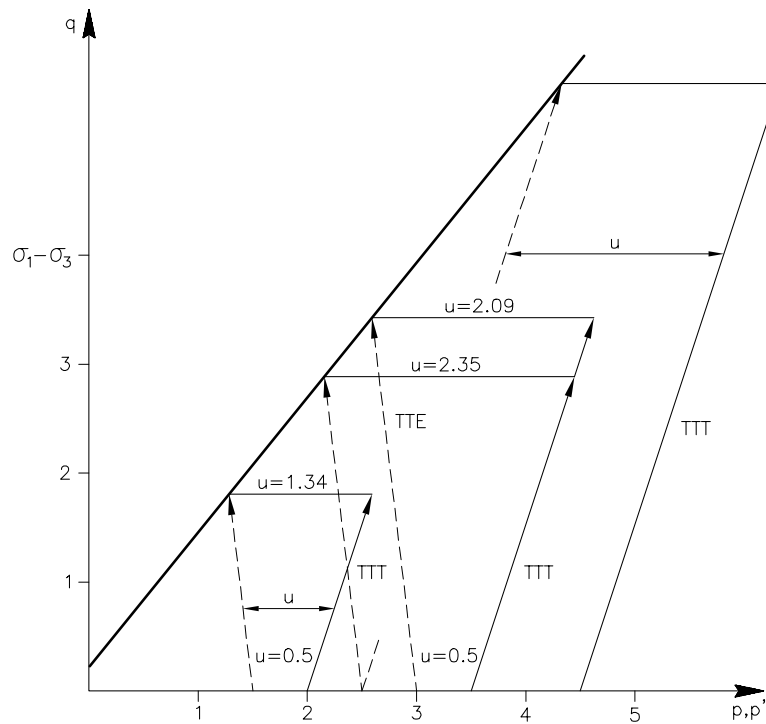


Figura 37.1 Trayectoria de tensiones en el plano p - p' - q

PROBLEMA 38.

Una muestra de suelo con $c' = 0.1 \text{ t/m}^2$, $\phi' = 28^\circ$ y $A_f = 0.6$, está sometida inicialmente en un ensayo triaxial a un estado tensional isótropo definido por una presión de cámara de 3.5 kp/cm^2 y una presión intersticial de 1.5 kp/cm^2 . Se realizan en el ensayo las siguientes operaciones sucesivas:

Operación 1: disminución de la presión intersticial hasta 1 kp/cm^2 ;

Operación 2: aumento de la presión axial hasta 4.5 kp/cm^2 ;

Operación 3: disminución de la presión de cámara hasta rotura..

Obtener la situación final de rotura en los siguientes casos: a) operaciones 2 y 3 drenadas; b) operación 2 drenada y operación 3 no drenada; c) operaciones 2 y 3 no drenadas.

a) En la operación 1 se disminuye la presión intersticial hasta $u = 1 \text{ kp/cm}^2$ y posteriormente se realiza la operación 2 de forma drenada. Después de estas dos operaciones las tensiones serán:

$$\sigma_1 = 4.5 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = 3.5 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma'_1 = 4.5 - 1 = 3.5 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma'_3 = 3.5 - 1 = 2.5 \text{ kp/cm}^2$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma'_1 - \sigma'_3 = 1 \text{ kp/cm}^2 \quad p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) = 3.83 \text{ kp/cm}^2$$

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + 2\sigma'_3) = 2.83 \text{ kp/cm}^2$$

A partir de esta situación se lleva a cabo la *operación 3* de forma también drenada. En esta operación se debe producir un $\Delta\sigma_3$ que lleve la muestra hasta rotura, es decir, hasta que se cumpla la condición de rotura. Esto se expresa en este caso como:

$$\sigma'_1 = (\sigma'_3 + \Delta\sigma'_3) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) + 2c' \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$$

$$\phi' = 28^\circ \quad c' = 0.01 \text{ kp/cm}^2$$

Los valores σ'_1 y σ'_3 de partida son los calculados después de la operación 2. A partir de la condición de rotura puede calcularse $\Delta\sigma'_3$, es decir:

$$\Delta\sigma'_3 = \frac{\sigma'_1 - 2c' \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)}{\operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)} - \sigma'_3 = -1.25 \text{ kp/cm}^2$$

Como puede verse, se ha obtenido un estado de rotura a base de reducir el confinamiento ($\Delta\sigma'_3$ negativo). Los valores de tensiones en el estado final de rotura son:

$$\sigma'_1 = 3.5 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma'_3 = 2.5 + (-1.25) = 1.25 \text{ kp/cm}^2$$

$$q = \sigma'_1 - \sigma'_3 = 2.25 \text{ kp/cm}^2 \quad p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) = 3 \text{ kp/cm}^2$$

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + 2\sigma'_3) = 2 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma_1 = 3.5 + 1 = 4.5 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = 1.25 + 1 = 2.25 \text{ kp/cm}^2$$

En la figura 38.1 se han representado las trayectorias de tensiones desde el estado inicial hasta la rotura de la muestra.

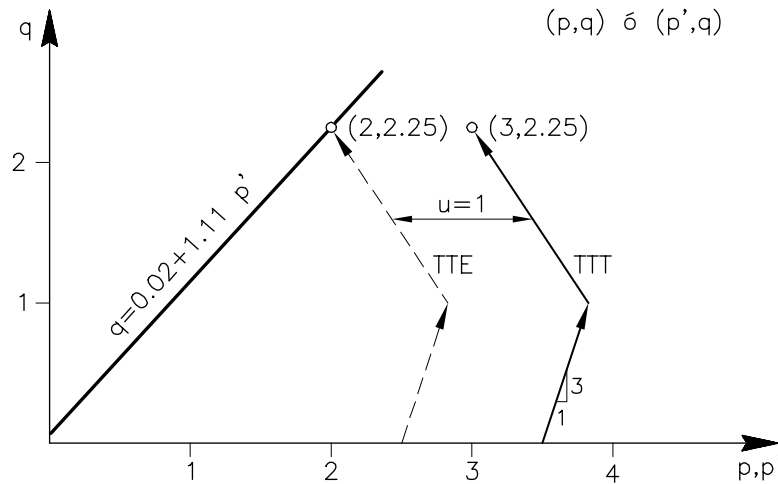


Figura 38.1 Trayectorias de tensiones en el caso a)

En esta figura, la condición de rotura en el plano p' - q es:

$$q = \frac{6}{3 - \sin\phi'} (c' \cos\phi' + p' \sin\phi') = 0.02 + 1.11 p'$$

b) Puesto que las *operaciones 1 y 2* se realizan en las mismas condiciones que en el caso a), se llega a los mismos valores que en él:

$$\sigma_1 = 4.5 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = 3.5 \text{ kp/cm}^2$$

$$q = 1 \text{ kp/cm}^2 \quad p = 3.83 \text{ kp/cm}^2 \quad p' = 2.83 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma'_1 = 3.5 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma'_3 = 2.5 \text{ kp/cm}^2$$

Al ser la *operación 3* no drenada se producirá una variación de la presión intersticial:

$$\Delta\sigma'_1 = \Delta\sigma_1 - \Delta u = -\Delta u \quad (\Delta\sigma_1 = 0)$$

$$\Delta\sigma'_3 = \Delta\sigma_3 - \Delta u = \Delta\sigma_3 - \Delta u$$

Por estar en condiciones triaxiales, la fórmula de Skempton permite calcular las variaciones de presión intersticial:

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 + A (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

donde puede tomarse $A=A_f$ y $\Delta\sigma_1=0$, lo que da lugar a:

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 (1 - A_f)$$

y por tanto:

$$\Delta\sigma'_1 = -\Delta u = -\Delta\sigma_3 (1 - A_f)$$

$$\Delta\sigma'_3 = \Delta\sigma_3 - \Delta u = \Delta\sigma_3 - \Delta\sigma_3(1 - A_f) = A_f \Delta\sigma_3$$

Se trata de hallar el incremento de tensión radial en rotura, es decir:

$$(\sigma'_1 + \Delta\sigma'_1) = (\sigma'_3 + \Delta\sigma'_3) \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right) + 2c' \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right)$$

$$(3.5 - \Delta\sigma_3(1 - 0.6)) = (2.5 + 0.6 \Delta\sigma_3) \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right) + 2c' \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right)$$

$$(3.5 - 0.4 \Delta\sigma_3) = (2.5 + 0.6 \Delta\sigma_3) 2.77 + 0.03$$

$$\Delta\sigma_3 = -1.68 \text{ kp/cm}^2$$

Con lo que se pueden calcular las variaciones de tensión efectiva:

$$\Delta\sigma'_1 = 0.67 \quad \Delta u = -0.67 \text{ kp/cm}^2$$

$$\Delta\sigma'_3 = -1.0 \text{ kp/cm}^2$$

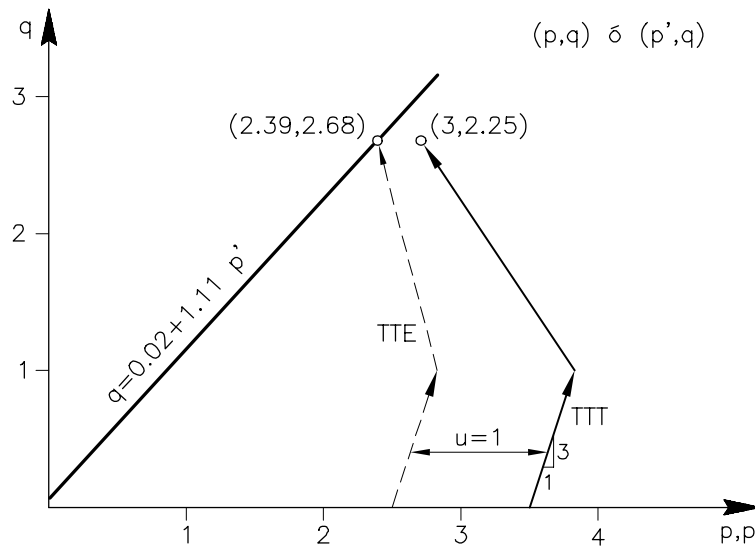


Figura 38.2 Trayectorias de tensiones en el caso b)

Por último, se pueden actualizar los valores de las distintas variables tensionales usando los valores iniciales y los incrementos:

$$\sigma_1 = 4.5 \text{ kp/cm}^2 \quad u = 1 - 0.67 = 0.33 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = 3.5 - 1.68 = 1.82 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma'_1 = 3.5 + 0.67 = 4.17 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma'_3 = 2.5 - 1.00 = 1.5 \text{ kp/cm}^2$$

$$q = 2.68 \text{ kp/cm}^2 \quad p = 2.71 \text{ kp/cm}^2 \quad p' = 2.39 \text{ kp/cm}^2$$

En la figura 38.2 se han representado las trayectorias de tensiones desde el estado inicial hasta la rotura de la muestra.

c) Las *operaciones 2 y 3* se realizan de forma no drenada. El estado tensional antes de operar es:

$$\sigma_1 = 3.5 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = 3.5 \text{ kp/cm}^2 \quad u = 1 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma'_1 = 2.5 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma'_3 = 2.5 \text{ kp/cm}^2$$

Después de la *operación 2*, el cambio de presión intersticial y la presión intersticial son:

$$\Delta u = \Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) = 0.6 \times 1 = 0.6$$

$$u = 1 + 0.6 = 1.6 \text{ kp/cm}^2$$

y las tensiones totales y efectivas después de dicha operación son:

$$\sigma_1 = 4.5 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3 = 3.5 \text{ kp/cm}^2$$

$$q = 1 \text{ kp/cm}^2 \quad p = 3.83 \text{ kp/cm}^2 \quad p' = 2.23 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma'_1 = 4.5 - 1.6 = 2.9 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma'_3 = 3.5 - 1.6 = 1.9 \text{ kp/cm}^2$$

La *operación 3* se calcula de forma similar que en el apartado b) pero partiendo de otras condiciones iniciales:

$$\Delta u = \Delta \sigma_3 (1 - A_f) \quad \Delta \sigma'_1 = -\Delta u = -\Delta \sigma_3 (1 - A_f)$$

$$\Delta \sigma'_3 = \Delta \sigma_3 - \Delta u = A_f \Delta \sigma_3$$

Para llegar a la rotura basta imponer la condición de rotura a las tensiones efectivas a las que se ha llegado:

$$(\sigma'_1 + \Delta \sigma'_1) = (\sigma'_3 + \Delta \sigma'_3) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) + 2c' \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$$

$$(2.9 - \Delta \sigma_3(1 - 0.6)) = (1.9 + 0.6 \Delta \sigma_3) 2.77 + 0.03$$

$$\Delta \sigma_3 = -1.16 \text{ kp/cm}^2$$

Una vez se ha obtenido la variación de tensión radial que se debe aplicar, pueden calcularse las variaciones de tensión efectiva:

$$\Delta \sigma'_1 = 0.46 \text{ kp/cm}^2 \quad \Delta u = -0.46$$

$$\Delta \sigma'_3 = -0.70 \text{ kp/cm}^2$$

y por último todas las demás variables tensionales:

$$\sigma_1 = 4.5 \text{ kp/cm}^2 \quad u = 1.6 - 0.46 = 1.14 \quad \sigma_3 = 3.5 - 1.16 = 2.34 \text{ kp/cm}^2$$

$$q = 2.16 \text{ kp/cm}^2 \quad p = 3.06 \text{ kp/cm}^2 \quad p' = 1.92 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma_1' = 2.9 + 0.46 = 3.36 \text{ kp/cm}^2 \quad \sigma_3' = 1.9 - 0.70 = 1.2 \text{ kp/cm}^2$$

En la figura 38.3 se representa la trayectoria de tensiones seguida hasta llegar a rotura.

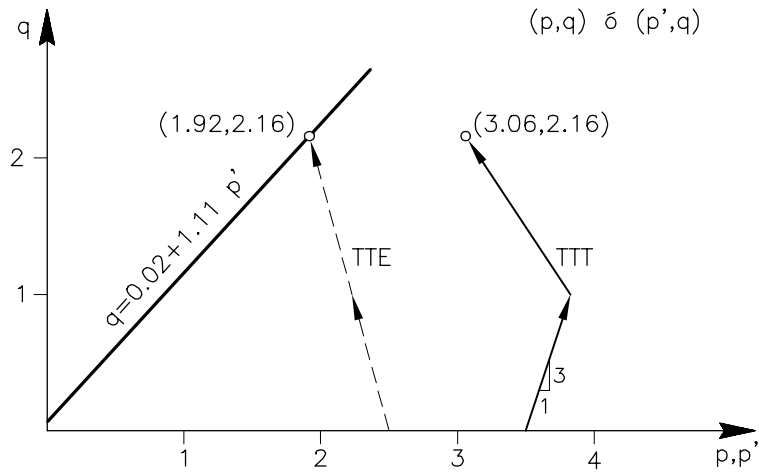


Figura 38.3. Trayectorias de tensiones en el caso c).